

Matematikk S1 Formelark

Alle formler du trenger til eksamen — LK20

Algebra

Faktorisering

- **Kvadratsetn.:** $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- **Konjugatsetn.:** $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- **abc-formelen:** $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Polynomdivisjon

- Divisjonsalgoritmen: $P(x) = Q(x) \cdot D(x) + R$
- Hvis $P(a) = 0$, er $(x - a)$ en faktor

Rasjonale uttrykk

- **Add.:** $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$
- **Mult.:** $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$
- Forkorte: faktoreriser teller og nevner

Potenser og logaritmer

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- **Def.:** $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$
- $\lg(ab) = \lg a + \lg b$, $\lg \frac{a}{b} = \lg a - \lg b$
- $\lg a^n = n \cdot \lg a$

Funksjoner

Polynomfunksjoner

- **Lineær:** $f(x) = ax + b$
- **Andregradsfunksjon:** $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Toppunkt/bunnpunkt:** $x = -\frac{b}{2a}$

Rasjonale funksjoner

- $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, vertikal asymp.: $Q(x) = 0$
- Horisontal asymp.: $y = \frac{a_n}{b_m}$ (ledende koef.)

Ekspontiential og logaritme

- $f(x) = a \cdot b^x$, $b > 1$: vekst, $0 < b < 1$: nedgang
- $f(x) = \ln x$, $\ln(e^x) = x$, $e^{\ln x} = x$
- $e \approx 2,718$

Derivasjon

Derivasjonsregler

- $(k)' = 0$, $(x^n)' = nx^{n-1}$
- $(k \cdot f)' = k \cdot f'$, $(f + g)' = f' + g'$
- **Produkt:** $(fg)' = f'g + fg'$
- **Kvotient:** $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Spesielle funksjoner

- $(e^x)' = e^x$, $(a^x)' = a^x \ln a$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\lg x)' = \frac{1}{x \ln 10}$

Kjernereregelen

- **Regel:** $(f(u))' = f'(u) \cdot u'$
- $(e^{g(x)})' = e^{g(x)} \cdot g'(x)$
- $((g(x))^n)' = n(g(x))^{n-1} \cdot g'(x)$
- $(\ln(g(x)))' = \frac{g'(x)}{g(x)}$

Funksjonsdrøfting

Ekstremalpunkter

- Stasjonære punkter: $f'(x) = 0$
- Topp: f' skifter + til -, Bunn: - til +
- Alt.: $f'' < 0 \Rightarrow$ topp, $f'' > 0 \Rightarrow$ bunn

Vendepunkter og monoton

- Vendepunkt: $f''(x) = 0$ og skifter fortegn
- $f' > 0$: voksende, $f' < 0$: avtagende
- $f'' > 0$: konveks, $f'' < 0$: konkav

Tangent

- **Tangent i $(a, f(a))$:** $y = f(a) + f'(a)(x - a)$

Sannsynlighet

Grunnleggende

- $0 \leq P(A) \leq 1$, $P(A') = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Kombinatorikk

- **Fakultet:** $n! = n(n-1) \cdots 2 \cdot 1$
- **Permutasjoner:** $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Kombinasjoner:** $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
- Ordnet m/tilbakelegging: n^r

Betinget sannsynlighet

- **Betinget:** $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- **Mult.regel:** $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$
- Uavhengige: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Binomisk fordeling

- **P(X=k):** $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
- **Forventning:** $E(X) = np$
- **Standardavvik:** $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$

Statistikk

Sentralt mål og spredning

- **Gjennomsnitt:** $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$
- Median: midterste verdi (sortert)
- **Standardavvik:** $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$
- Kvartilbredde: $Q_3 - Q_1$

Normalfordeling

- 68% innenfor $\mu \pm \sigma$
- 95% innenfor $\mu \pm 2\sigma$
- 99,7% innenfor $\mu \pm 3\sigma$

Økonomi

Prosentregning

- **Vekstfaktor:** $v = 1 + \frac{p}{100}$
- **Etter n perioder:** $K_n = K_0 \cdot v^n$

Renter

- **Rentes rente:** $K_n = K_0(1+r)^n$
- **Effektiv rente:** $r_e = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1$

Sparing (annuitet)

- **Sluttverdi:** $S_n = b \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$
- **Nåverdi:** $K_0 = b \cdot \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$

Lån

- **Terminbeløp:** $T = L \cdot \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$
- Serielån: like avdrag, synkende renter
- Annuitetslån: like terminbeløp

Nåverdi

- **Nåverdi:** $K_0 = \frac{K_n}{(1+r)^n}$

Vekstmodeller

Lineær og eksponentiell

- Lineær: $f(x) = ax + b$, konstant vekst a
- Eksponentiell: $f(x) = a \cdot b^x$, $b = 1 + \frac{p}{100}$
- **Dobling/halvering:** $T = \frac{\ln 2}{\ln b}$

Begrenset vekst

- $f(x) = G - (G - a) \cdot b^x$, $0 < b < 1$
- G = kapasitetsgrense

Logistisk vekst

- $f(x) = \frac{G}{1 + c \cdot e^{-kx}}$
- Vendepunkt ved $f(x) = \frac{G}{2}$

Regresjon

- Lineær regresjon: $y = ax + b$
- Korrelasjon r : $|r|$ nær 1 = sterk
- r^2 : forklart varians

Tips til eksamen

- Forenkle før derivasjon: $\frac{1}{x} = x^{-1}$
- Tegn venndiagram/tredigram
- Tegn tidslinje for økonomi
- Sjekk svar med rimelighetssjekk

Likninger**Løsningsmetoder**

- Nullpunkter: $f(x) = 0$
- Skjæring: $f(x) = g(x)$
- Eksponentiallikn.: bruk logaritmer
- Logaritmelikn.: sjekk definisjons-område!

Ulikheter

- Bruk fortegnsskjema
- Ganging/deling m/negativt snur tegnet

Grafisk tolkning**Funksjonsgrafer**

- Nullpunkt: krysser x -aksen
- Topp/bunn: vannrett tangent
- Vendepunkt: skifter krumning

Sammenheng f , f' og f''

- $f' = 0$: stasjonært punkt i f
- $f' > 0$: f voksende
- $f'' > 0$: f' voksende, f konveks
- Ekstremalpunkt i $f' = \text{vendepunkt i } f$

Viktige verdier

- $e \approx 2,718$
- $\ln 2 \approx 0,693$
- $\ln 10 \approx 2,303$
- $\sqrt{2} \approx 1,414$
- $\sqrt{3} \approx 1,732$

Binomialkoeffisienter

- $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$
- $\binom{n}{1} = n$
- $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

Raske referanser**Deriverte**

- $(x^n)' = nx^{n-1}$
- $(e^x)' = e^x$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
- $(a^x)' = a^x \ln a$

Kjernerregel

- $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$
- $(e^u)' = e^u \cdot u'$
- $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

Sannsynlighet

- $P(A') = 1 - P(A)$
- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- Binomisk: $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Økonomi

- Vekst: $K_n = K_0(1+r)^n$
- Sparing: $S_n = b \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$
- Termin: $T = L \cdot \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$

Vekstmodeller

- Lineær: $f(x) = ax + b$
- Eksp.: $f(x) = a \cdot b^x$
- Begrenset: $f(x) = G - (G - a)b^x$
- Logistisk: $f(x) = \frac{G}{1 + ce^{-kx}}$

Statistikk

- $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$
- $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$
- Normal: 68-95-99,7 regelen