

Matematikk R1 Formelark

Alle formler du trenger til eksamen — LK20

Algebra

Polynomdivisjon

- $P(x) = (x - a) \cdot Q(x) + R$
- **Faktorteoremet:** $(x - a)$ er faktor i $P(x) \Leftrightarrow P(a) = 0$
- **Restteoremet:** $R = P(a)$

Komplekse tall

- Imaginær enhet: $i^2 = -1$
- **Kartesisk form:** $z = a + bi$
- **Konjugert:** $\bar{z} = a - bi$
- **Modulus:** $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- **Polarform:** $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$
- $(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$
- $z \cdot \bar{z} = |z|^2$

De Moivres formel

- $z^n = r^n(\cos(n\theta) + i \sin(n\theta))$
- $\sqrt[n]{z}$: n løsninger, $\arg = \frac{\theta + 2\pi k}{n}$

Trigonometri

Identiteter

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
- $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

Addisjonsteoremer

- $\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \sin v$
- $\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$
- $\tan(u \pm v) = \frac{\tan u \pm \tan v}{1 \mp \tan u \tan v}$

Dobbeltvinkelformler

- $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$

Halvvinkelformler

- $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$
- $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

Trigonometriske ligninger

- $\sin x = a \Rightarrow x = \arcsin a + 2\pi n$ eller $x = \pi - \arcsin a + 2\pi n$
- $\cos x = a \Rightarrow x = \pm \arccos a + 2\pi n$
- $\tan x = a \Rightarrow x = \arctan a + \pi n$

Funksjoner

Logaritmer

- $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$
- $\ln x = \log_e x$, $\lg x = \log_{10} x$
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^r = r \log_a x$
- $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$
- $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$

Ekspontentialfunksjoner

- $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$, $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $(a^x)^y = a^{xy}$, $a^0 = 1$, $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

Grenseverdier

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

Derivasjon

Definisjon

- $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Grunnleggende regler

- $(k)' = 0$, $(x^n)' = nx^{n-1}$
- $(kf)' = kf'$, $(f \pm g)' = f' \pm g'$
- $(e^x)' = e^x$, $(a^x)' = a^x \ln a$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

Trigonometriske deriverte

- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

Produkt- og kvotientregel

- $(f \cdot g)' = f'g + fg'$
- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Kjerneregul

- $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
- $(e^{g(x)})' = e^{g(x)} \cdot g'(x)$
- $(\ln g(x))' = \frac{g'(x)}{g(x)}$

Implisitt derivasjon

- Deriver begge sider mhp. x
- Bruk kjerneregul på y -ledd, løs for $\frac{dy}{dx}$

Vektorer

Grunnleggende

- 2D: $\vec{a} = [a_1, a_2]$, 3D: $\vec{a} = [a_1, a_2, a_3]$
- $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$
- $\vec{a} + \vec{b} = [a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3]$
- $\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a}$

Skalarprodukt

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \theta$
- $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$
- $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
- Enhetsvektor: $\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

Analytisk geometri

Linje i planet

- $y = ax + b$ eller $ax + by + c = 0$
- Param.: $x = x_0 + tr_1$, $y = y_0 + tr_2$
- Retning: $\vec{r} = [r_1, r_2]$, Normal: $\vec{n} = [-r_2, r_1]$

Avstand punkt til linje

- $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Sirkel

- $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
- Sentrum (a, b) , radius r
- Param.: $x = a + r \cos t$, $y = b + r \sin t$

Linje og plan i rommet

- Linje: $x = x_0 + tr_1$, $y = y_0 + tr_2$, $z = z_0 + tr_3$
- Plan: $ax + by + cz + d = 0$
- Normalvektor til plan: $\vec{n} = [a, b, c]$

Kombinatorikk**Grunnleggende**

- $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1, 0! = 1$
- Ordnete utvalg: $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$
- Uordnede: $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
- $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1, \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

Binomialteoremet

- $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

Sannsynlighet**Grunnleggende**

- $P(A) = \frac{\text{gunstige}}{\text{mulige}}$
- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(A') = 1 - P(A)$

Regneregler

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Disjunkte: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Betinget sannsynlighet

- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$

Uavhengighet

- A, B uavhengige $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Bevis og argumentasjon**Bevistyper**

- **Direkte:** Vis at $p \Rightarrow q$
- **Kontraposisjon:** Vis $\neg q \Rightarrow \neg p$
- **Moteksempel:** Finn ett eksempel som bryter påstanden
- **Induksjon:** Grunnsteg + induksjonssteg

Induksjonsbevis

1. Vis at påstanden gjelder for $n = 1$
2. Anta at påstanden gjelder for $n = k$
3. Vis at påstanden gjelder for $n = k + 1$

Nyttige summer

- $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$
- $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- $\sum_{i=0}^n r^i = \frac{r^{n+1}-1}{r-1}, r \neq 1$

Nyttige sammenhenger**Eksakte verdier**

- $\sin 0^\circ = 0, \cos 0^\circ = 1$
- $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
- $\sin 90^\circ = 1, \cos 90^\circ = 0$

Kvadratsetningene

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Abc-formelen

- $ax^2 + bx + c = 0$
- $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Tips til eksamen**Derivasjon**

- Forenkle uttrykket først
- Identifiser riktig regel
- Sammensatte: tenk "ytre og indre"

Vektorer

- Tegn figur
- Parallell: $\vec{a} = k\vec{b}$
- Vinkelrett: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Komplekse tall

- Tegn i det komplekse planet
- Polarform for mult./div.
- Kartesisk for add./sub.

Bevis

- Les påstanden nøye
- Skriv ned hva du skal vise
- Strukturer tydelig

Sannsynlighet

- Identifiser utfallsrommet
- Er rekkefølge viktig?
- Bruk venndiagram/tre

Generelt

- Les oppgaven flere ganger
- Vis alle mellomregninger
- Sett inn og sjekk svaret
- Kontroller at enhetene stemmer