

Matematikk 2P Formelark

Alle formler du trenger til eksamen — LK20

Økonomi

Prosentregning

- **Prosent av:** $P = \frac{p}{100} \cdot G$
- **Vekstfaktor:** $V = 1 + \frac{p}{100}$
- **Ny verdi:** $N = G \cdot V$
- **Prosentvis endring:** $p = \frac{N-G}{G} \cdot 100\%$

Sparing

- **Sluttverdi (engangs):** $K_n = K_0 \cdot (1+r)^n$
- **Sparing (periodisk):** $S_n = b \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$
- K_0 = startbeløp, b = terminbeløp
- r = rente per termin (desimaltall)
- n = antall terminer

Lån

- **Annuitetslån:** $L = T \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$
- **Terminbeløp:** $T = L \cdot \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$
- L = lånebeløp, T = terminbeløp
- **Seriellån:** Fast avdrag hver termin
- $\text{Avdrag} = \frac{L}{n}$, renter synker

Nåverdi

- **Nåverdi (engangs):** $N_0 = \frac{K_n}{(1+r)^n}$
- **Nåverdi (periodisk):** $N_0 = b \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$
- Lønnsomhet: Velg alternativet med høyest nåverdi

Indeks og realverdi

- **Indeks:** $I = \frac{\text{verdi}}{\text{basisverdi}} \cdot 100$
- **Realverdi:** $R = \frac{\text{nominell verdi}}{\text{prisindeks}} \cdot 100$

Funksjoner

Lineære funksjoner

- **Funksjonsuttrykk:** $f(x) = ax + b$
- a = stigningstall (hvor mye y øker når x øker med 1)
- b = konstantledd (skjæring med y -aksen)
- **Stigningstall:** $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Polynomfunksjoner

- **Andregradsfunksjon:** $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Bunnpunkt/toppunkt:** $x = -\frac{b}{2a}$
- $a > 0$: smilefjes (bunnpunkt)
- $a < 0$: surefjes (toppunkt)

Ekspontialfunksjoner

- **Funksjonsuttrykk:** $f(x) = a \cdot b^x$
- a = startverdi (når $x = 0$)
- b = vekstfaktor
- $b > 1$: vekst, $0 < b < 1$: avtakende

Potensfunksjoner

- **Funksjonsuttrykk:** $f(x) = a \cdot x^k$
- $k > 0$: voksende for $x > 0$
- $k < 0$: avtagende for $x > 0$

Vekstmodeller

Lineær vekst

- **Modell:** $y = ax + b$
- Konstant økning per tidsenhet
- **Økning:** $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Ekspontensiell vekst

- **Modell:** $y = a \cdot b^x$
- **Prosentvis vekst:** $p = (b - 1) \cdot 100\%$
- **Doblings-/halveringstid:** $T = \frac{\ln 2}{\ln b}$
- Alternativt: $b^T = 2$ (dobling) eller $b^T = 0,5$ (halvering)

Begrenset vekst (logistisk)

- **Modell:** $y = \frac{K}{1 + a \cdot e^{-bx}}$
- K = bærekapasitet (maksimumsverdi)
- Brukes for populasjoner med begrenset ressurs

Statistikk

Sentralmål

- **Gjennomsnitt:** $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$
- **Median:** Midterste verdi (sortert)
- **Typetall:** Hyppigste verdi

Spredningsmål

- **Variasjonsbredde:** $R = x_{\max} - x_{\min}$
- **Varians:** $s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$
- **Standardavvik:** $s = \sqrt{s^2}$
- **Kvartiler:** Q_1 (25%), Q_2 (median), Q_3 (75%)
- **Interkvartilbredde:** $IQB = Q_3 - Q_1$

Normalfordeling

- Symmetrisk, klokkeformet kurve
- μ = forventningsverdi (gjennomsnitt)
- σ = standardavvik
- **Standardisering:** $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$
- Ca. 68% innenfor $\mu \pm \sigma$
- Ca. 95% innenfor $\mu \pm 2\sigma$
- Ca. 99,7% innenfor $\mu \pm 3\sigma$

Sentralgrenseteoremet

- Ved store utvalg ($n \geq 30$) er gjennomsnittet tilnærmet normalfordelt
- **Standardfeil:** $SE = \frac{s}{\sqrt{n}}$
- **95% konfidensintervall:** $\bar{x} \pm 1,96 \cdot SE$

Sannsynlighet

Grunnleggende

- **Sannsynlighet:** $P(A) = \frac{\text{gunstige}}{\text{mulige}}$
- $0 \leq P(A) \leq 1$
- **Komplementær:** $P(A') = 1 - P(A)$
- **Addisjon:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- **Disjunkte:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Uavhengige hendelser

- **Multiplikasjon:** $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- Gjelder når A ikke påvirker B

Betinget sannsynlighet

- **Definisjon:** $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- $P(A|B)$ = sannsynlighet for A gitt at B har skjedd

Binomisk fordeling

- n uavhengige forsøk, to utfall (suksess/fiasko)
- p = sannsynlighet for suksess
- **P(X=k):** $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
- **Binomialkoeff.:** $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
- **Forventning:** $E(X) = \mu = np$
- **Standardavvik:** $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$

Kombinatorikk

- **Ordnet utvalg (med tilb.):** n^k
- **Ordnet utvalg (uten tilb.):** $\frac{n!}{(n-k)!}$
- **Uordnet utvalg:** $\binom{n}{k}$

Modellering og regresjon

Regresjon

- **Lineær regresjon:** $y = ax + b$
- **Eksponentiell regresjon:** $y = a \cdot b^x$
- **Potensregresjon:** $y = a \cdot x^k$
- **Polynomregresjon:** $y = ax^2 + bx + c$
- Bruk digitale verktøy for å finne koefisientene

Korrelasjon

- r = korrelasjonskoeffisient
- $-1 \leq r \leq 1$
- $|r|$ nær 1: sterk sammenheng
- $|r|$ nær 0: svak sammenheng
- $r > 0$: positiv korrelasjon
- $r < 0$: negativ korrelasjon
- **Forklaringsgrad:** $R^2 = r^2$

Modellvalg

- Sammenlign R^2 -verdier
- Vurder om modellen gir mening i kontekst
- Sjekk residualplot for systematiske avvik
- Ikke ekstrapoler langt utenfor datapunktene

Digitale verktøy

Regneark (Excel/Google Sheets)

- =GJENNOMSNITT() - gjennomsnitt
- =MEDIAN() - median
- =MODUS() - typetall
- =STDAV() - standardavvik
- =KVARTIL(data;k) - kvartil
- =NORM.FORD() - normalfordeling
- =BINOM.FORD() - binomisk fordeling

GeoGebra

- Gjennomsnitt[liste] - gjennomsnitt
- Median[liste] - median
- Standardavvik[liste] - standardavvik
- Regresjonslinje[liste] - lineær regresjon
- RegExp[liste] - eksponentiell regresjon
- RegPol[liste,grad] - polynomregresjon
- Korrelasjon[liste1,liste2] - korrelasjon

Praktiske anvendelser

Budsjettering

- Inntekt – utgift = overskudd/underskudd
- Faste utgifter: uavhengig av forbruk
- Variable utgifter: avhengig av forbruk
- Skatt beregnes av bruttoinntekt

Skatteberegning

- Skatteprosent varierer med inntekt (progressivt)
- Minstefradrag og personfradrag
- Bruk skatteetaten.no for nøyaktige beregninger

Valuta og omregning

- **Valutaomregning:** $NOK = \text{beløp} \cdot \text{kurs}$
- Kjøps- og salgskurs (spread)

Enhetsomregninger

- 1 km = 1000 m
- 1 m = 100 cm = 1000 mm
- 1 kg = 1000 g
- 1 liter = 1 dm³ = 0,001 m³
- 1 time = 60 min = 3600 sek

Tips til eksamen

- Les oppgaven nøye - hva spør de om?
- Vis tydelig utregning og begrunn svarene
- Bruk digitale verktøy effektivt (del 2)
- Sjekk at svaret er rimelig i konteksten
- Husk enheter og presisjon
- Tegn grafer når det er relevant
- Ved regresjon: kommenter hvor godt modellen passer (R^2)
- Ved økonomi: spesifiser om det er nominell eller real verdi
- Ved sannsynlighet: definer hendelsene tydelig

Vanlige feil å unngå

- Blande prosent og prosentpoeng
- Glemme å konvertere rente til desimaltall
- Bruke feil antall terminer
- Forveksle vekstfaktor og vekstrate
- Ekstrapolere langt utenfor dataområdet