

13.05.2026

Eksamen

REA3062 Matematikk S2

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamenen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel blir delte ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 3 timar. Etter 3 timar kan du bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Hjelpemiddel	Del 1 Du kan bruke skrivesaker og linjal. Del 2 Du kan bruke alle hjelpemiddel, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. Du har ikkje lov til å bruke kunstig intelligens som hjelpemiddel under eksamen.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 7 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensorane vurderer i kva grad du • kan bruke formålstenlege omgrep og strategiar til å utforske og løyse matematiske problem • kan kommunisere eigne løysingar og resonnement gjennom bruk av formålstenlege representasjonar • kan lage, nytte, tolke og kritisk vurdere matematiske modellar • kan vurdere, resonnere og argumentere for eigne og andre sine framgangsmåtar og løysingar • kan gjere greie for mønster og samanhengar og nytte dette i berekningar og resonnement
Kjelder	Sjå kjeldeliste til slutt.
Vedlegg	Standard normalfordeling.

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (4 poeng)

Bestem integrala

a) $\int_0^2 (e^{2x} + x) dx$

b) $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

Oppgåve 2 (4 poeng)

Du får vite dette om ein funksjon f

- Funksjonen er definert for $x > 0$
- $f'(x) = \frac{2}{x^2}$
- Grafen til f går gjennom punktet $(2, 2)$

a) Bestem $f(x)$.

To andre funksjonar, g og h , er gitt ved $g(x) = x$ og $h(x) = -\frac{3}{x} + 4$ for $x > 0$.

b) Finn arealet av området som er avgrensa av grafane til g og h .

Oppgave 3 (4 poeng)

I eit kunstprosjekt skal Selma byggje eit stort tårn ved å leggje kvadratiske treplater oppå kvarandre. Ho startar med ei treplate med sidelengd 5 m.

Når ho byggjer vidare, skal sidelengda til kvar ny treplate vere 0,1 m kortare enn sidelengda til treplata under.

- a) Set opp ei aritmetisk rekkje som viser summen av sidelengdene til treplatene i tårnet. Kor mange treplater kan det maksimalt bli i tårnet til Selma?

Vilfred skal byggje eit anna stort tårn ved å leggje kvadratiske treplater oppå kvarandre. Han startar med ei treplate som har areal 19 m^2 .

Når han byggjer vidare, skal sidelengda til kvar ny treplate vere 10 % kortare enn sidelengda til treplata under.

- b) Kor stort kan det samla arealet av platene bli i tårnet til Vilfred?

Oppgave 4 (3 poeng)

Silas skal ta bussen 20 gonger. Sannsynet for billettkontroll på ein busstur er 5 %. Vi lar X vere antal kontrollar på dei 20 bussturane.

- a) Bestem forventningsverdien $E(X)$ og variansen $Var(X)$.

Kvar busstur kostar 65 kr, og Silas får ei bot på 1470 kr dersom han blir teken i ein kontroll.

- b) Vis at det sannsynlegvis vil lønne seg for Silas å kjøpe billettar.

Oppgave 5 (5 poeng)

Henrik kjøper ofte flasker med vatn. Produsenten oppgir at flaskene inneheld 1,50 L med eit standardavvik på 0,01 L.

Henrik påstår at flaskene inneheld mindre vatn enn dette. Han kjøper ei kasse med 24 flasker og måler vassmengda i alle.

Flaska med minst vatn inneheld 1,48 L. Henrik meiner at dette viser at påstanden hans er rett.

Du kan anta at vassmengda i flaskene er normalfordelt.

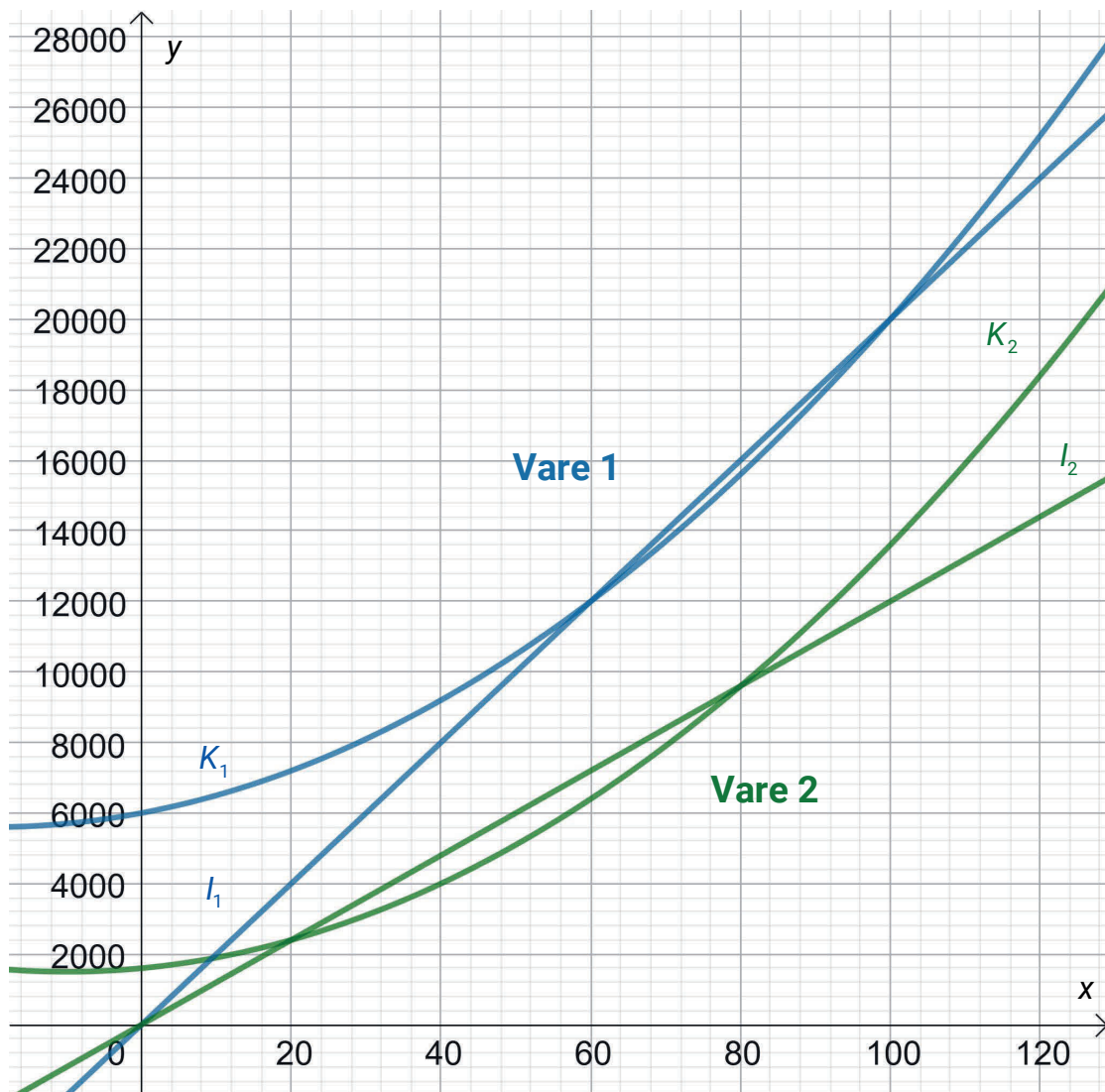
- a) Bestem sannsynet for at ei tilfeldig flaske frå denne produsenten inneheld 1,48 L vatn eller mindre.
- b) Forklar kvifor Henrik ikkje kan bruke dette som argument for at påstanden hans er rett, sjølv om han har funne ei flaske med lite vatn.
- c) Formuler Henrik sin påstand som ein hypotesetest.
- d) Forklar korleis Henrik kan gjennomføre ein hypotesetest ved å sjå på gjennomsnittet av vassmengda i flaskene. Forklaringa må inkludere relevante formalar Henrik kan bruke for å gjennomføre testen.

Oppgave 6 (6 poeng)

Ei bedrift modellerer kostnader og inntekter ved produksjon og sal av x einingar av to ulike varer. Figuren nedanfor viser grafane til kostnads- og inntektsfunksjonane.

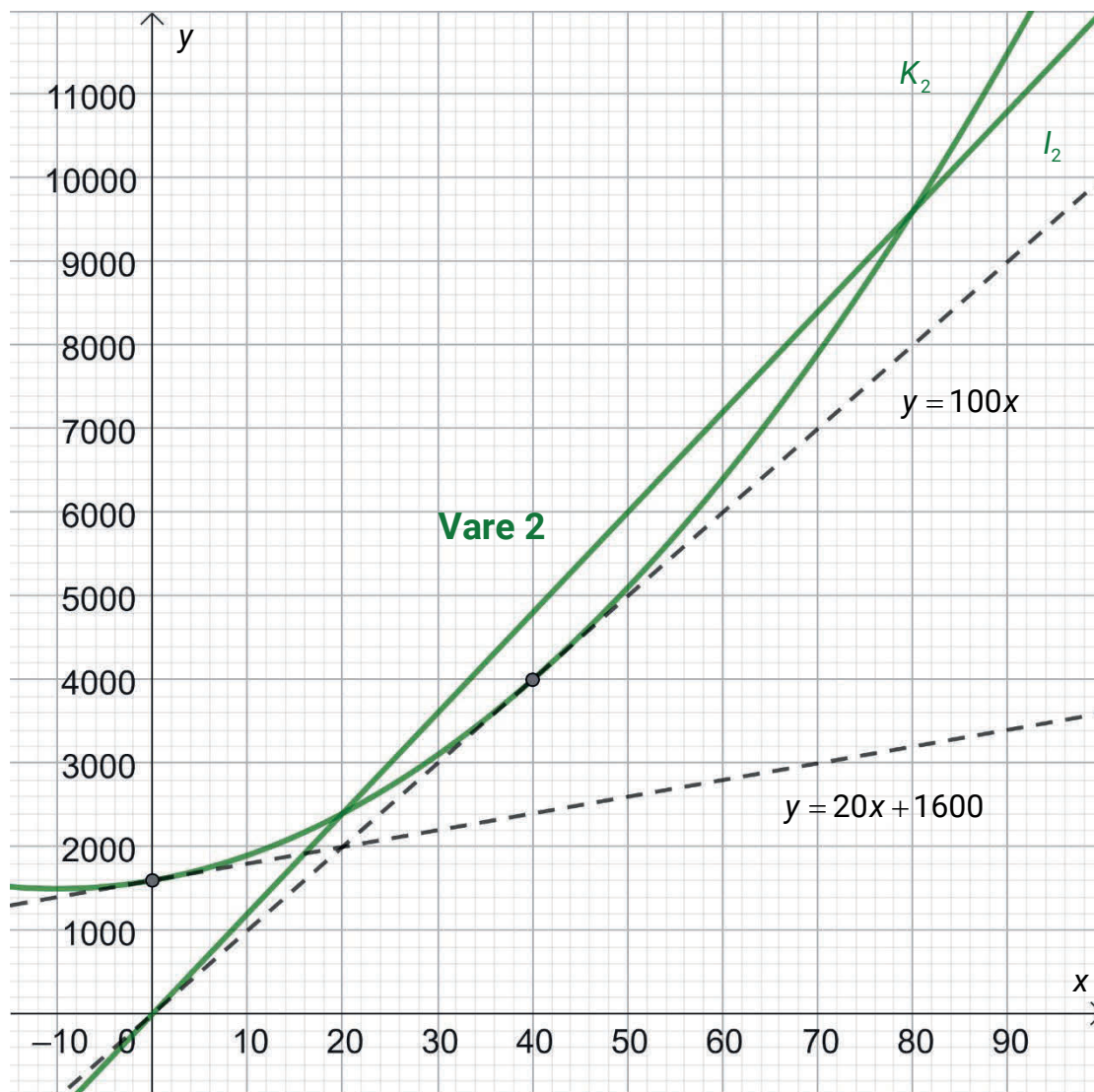
Kostnadsfunksjonane er modellerte som andregradsfunksjonar, og inntektsfunksjonane er modellerte som lineære funksjonar.

Verdiane langs andreaksen er kroner.



- a) Kva vare vil kunne gi størst overskot? Hugs å grunngi svaret.
Kor mange einingar av denne vara må bedrifta produsere og selje for å få størst mogleg overskot?
- b) Bestem prisskilnaden mellom vare 1 og vare 2.

Bedrifta vil sjå nærmare på modellane for vare 2. Figuren nedanfor viser grafane til inntektsfunksjonen I_2 , kostnadsfunksjonen K_2 og tangentane til K_2 i punkta $(0, K_2(0))$ og $(40, K_2(40))$.



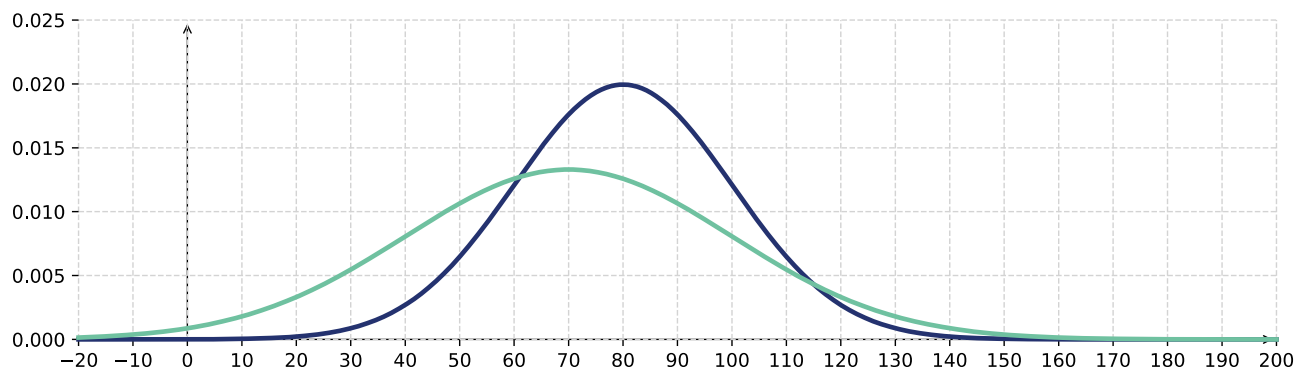
- c) Forklar korleis du kan bruke figuren til å bestemme lågast mogleg einingskostnad, og bestem denne einingskostnaden.
- d) Bruk figuren til å finne funksjonsuttrykka $K_2(x)$ og $I_2(x)$.

Oppgave 7 (4 poeng)

Øystein har skrive programkoden nedanfor.

```
1  from numpy.random import normal
2  #normal(forventningsverdi, standardavvik) gir ein tilfeldig verdi frå ein normalfordeling
3
4  SIMULERINGAR = 100
5  GRENSE = 110
6
7  A_vinn = 0
8  B_vinn = 0
9
10 for i in range(SIMULERINGAR):
11     A = normal(80, 20)
12     B = normal(70, 30)
13     if A > GRENSE or B > GRENSE:
14         if A > B:
15             A_vinn = A_vinn + 1
16         else:
17             B_vinn = B_vinn + 1
18
19
20 if A_vinn > B_vinn:
21     print("A vinn")
22 elif B_vinn > A_vinn:
23     print("B vinn")
24 else:
25     print("Uavgjort")
```

Øystein har òg skissert tettleiksfunksjonen til normalfordelingane A og B frå programmet. Sjå figuren nedanfor.



a) Forklar kort kva programkoden gjer.

Det er størst sannsyn for at programmet skriv ut «B vinn».

Øystein ønskjer å endre programkoden slik at dette sannsynet blir endå større.

b) Forklar korleis Øystein kan endre på verdien i variabelen SIMULERINGAR i linje 4, for å auke sannsynet for at programmet skriv ut «B vinn».

c) Forklar korleis Øystein kan endre på verdien i variabelen GRENSE i linje 5 for å auke sannsynet for at programmet skriv ut «B vinn».

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (4 poeng)

Ei gruppe forskarar observerer utviklinga i to bakteriekulturar.

Antal millionar bakteriar f i den første bakteriekulturen t dagar etter at observasjonane starta, er gitt ved

$$f(t) = 2,2 \cdot e^{0,1t+0,4}$$

- a) Bestem $f'(8)$ og l ys likninga $f'(t) = 8$.

Gi ei praktisk tolking av svara.

Antal millionar bakteriar g i den andre bakteriekulturen t dagar etter at observasjonane starta, er gitt ved

$$g(t) = 1,2 \cdot e^{0,2t-0,2}$$

- b) Når er veksten i dei to bakteriekulturane like stor? Kor stor er denne veksten?

Oppgave 2 (5 poeng)

Boligsparing for ungdom (BSU)

Boligsparing for ungdom (BSU) er en spareform for deg som er under 34 år. Du kan spare inntil 27 500 kroner i året, og få skattefradrag. Totalt sparebeløp er 300 000 kroner.

Det er bare du som ikke allerede eier bolig som kan få skattefradrag ved å spare til BSU.



Kjelde: Boligsparing for ungdom (BSU) – skatteetaten

Kasper har spart pengar på ein BSU-konto i 5 år. Han har sett inn kr 27 500 på kontoen 1. januar kvart år frå og med 2021 til og med 2025. Rentesatsen har vore 5,40 % i heile perioden.

- a) Bruk ei geometrisk rekkje til å rekne ut kor mykje Kasper har på BSU-kontoen 31.12.2025.

Kasper har funne ei leilegheit han ønskjer å kjøpe. Han kontaktar banken for å ordne med finansiering. I tillegg til beløpet han har på BSU-kontoen, får han låne 2 600 000 kroner av banken.

Han vil òg kjøpe møblar og kjøkkeninnreiing, og tek opp eit forbrukslån på 150 000 kroner til ein mykje høgare rentesats.

- Nedbetalingstida på huslånet er 30 år.
- Nedbetalingstida på forbrukslånet er 10 år.
- Begge låna er annuitetslån.
- Rentesatsen på huslånet er 5 %.
- Terminbeløpa skal betalast årleg, og første innbetaling er etter eitt år.

Kasper reknar ut at han må betale 200 000 kroner i terminbeløp for begge låna.

- b) Kor høg er rentesatsen på forbrukslånet?

Oppgåve 3 (7 poeng)

Ei nyoppstarta bedrift produserer og sel ei vare. Bedrifta reknar med at etterspurnaden per veke, E , er gitt ved

$$E(p) = 2700 - p^2, \quad p \in [10, 45]$$

der p er prisen i kroner per eining.

- a) Bestem eit uttrykk for inntekta $I(p)$.
Kva pris gir høgast inntekt?

Tabellen nedanfor viser nokre kostnader per veke K ved å produsere x einingar.

Antal einingar	50	100	300	600	1000
Kostnader (kroner)	5775	6600	10400	17600	30000

- b) Bruk opplysningane i tabellen ovanfor til å vise at bedrifta må produsere og selje 875 einingar i veka for at overskotet skal bli størst mogleg.

Bedrifta registrerer salet dei 8 første vekene.

Veke	1	2	3	4	5	6	7	8
Antal selde einingar per veke	680	750	790	820	840	855	860	865

Bedrifta har som mål å produsere og selje 45 000 einingar totalt det første året. Dei antek at salet vil halde fram med å følgje same trend som dei første 8 vekene.

- c) Vil bedrifta klare å nå målet sitt?

Oppgåve 4 (4 poeng)

Ei uendeleg rekkje er gitt ved den rekursive samanhengen

$$a_n = (a_{n-1} - 1)^2$$

- a) Lag eit program som skriv ut dei 6 første ledda i rekkja dersom $a_1 = 5$.
- b) Avgjer om det finst eit heiltal a_1 som gjer at rekkja blir konvergent.

Vedlegg

Standard normalfordeling

Tabellen viser $P(Z \leq z)$ for $-3,09 \leq z \leq 3,09$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Kilder

Del 1

Oppgave 5

Bilde av jarmoluk, fra Pixabay (<https://pixabay.com/photos/water-bottle-desire-mineral-water-2105211/>).

Del 2

Oppgave 2

Skatteetaten. (12.01.2026). *Boligsparing for ungdom (BSU)*.
<https://www.skatteetaten.no/person/skatt/hjelp-til-riktig-skatt/bank-og-lan/bsu/>

Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Blank side

Blank side

Blank side

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!