

14.05.2025

Eksamen

REA3062 Matematikk S2

Se eksamenstips på baksiden!

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 2 timar. Etter 2 timar kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Du kan bruke vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Du kan bruke alle hjelpemiddel, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. Du kan ikkje bruke kunstig intelligens til å generere innhald i svaret ditt.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 6 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 5 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du • viser rekneferdigheiter og matematisk forståing • gjennomfører logiske resonnement • ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar • kan bruke formålstenlege hjelpemiddel • forklarar framgangsmåtar og grunngir svar • skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar • vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv. Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet.

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (4 poeng)

Rekn ut integrala

a) $\int_0^1 (2e^x + 2x^2) dx$

b) $\int \frac{2x-1}{x^2-x-6} dx$

Oppgave 2 (2 poeng)

Bestem eit uttrykk for funksjonen f når du får vite at

- $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$
- Arealet av området som er avgrensa av grafen til f , x-aksen og linjene $x = 1$ og $x = 2$, er $\frac{11}{14}$.
Dette arealet ligg over x-aksen.

Oppgave 3 (4 poeng)

Til eit brettspel høyrer det med ein spesiell terning med 6 sider. Det er ei side med ein einar, ei side med ein toar, ei side med ein trear og tre sider med seksarar. Vi kastar terningen éin gong. La X vere antalet auge terningen viser.

k	1	2	3	6
$P(X = k)$	$\frac{1}{6}$			

- a) Skriv av og fyll ut tabellen. Vis at $E(X) = 4$.
- b) Bestem $\text{Var}(X)$.

Oppgave 4 (4 poeng)

Ein elev arbeider med ei talfølgje og har skrive denne koden:

```
1  a = 2
2  n = 5
3  for i in range(1, n + 1):
4      print(a)
5      a = a + (i + 2)
```

- a) Beskriv mønsteret i talfølgja eleven arbeider med.
Kva blir resultatet når koden blir køyrd?

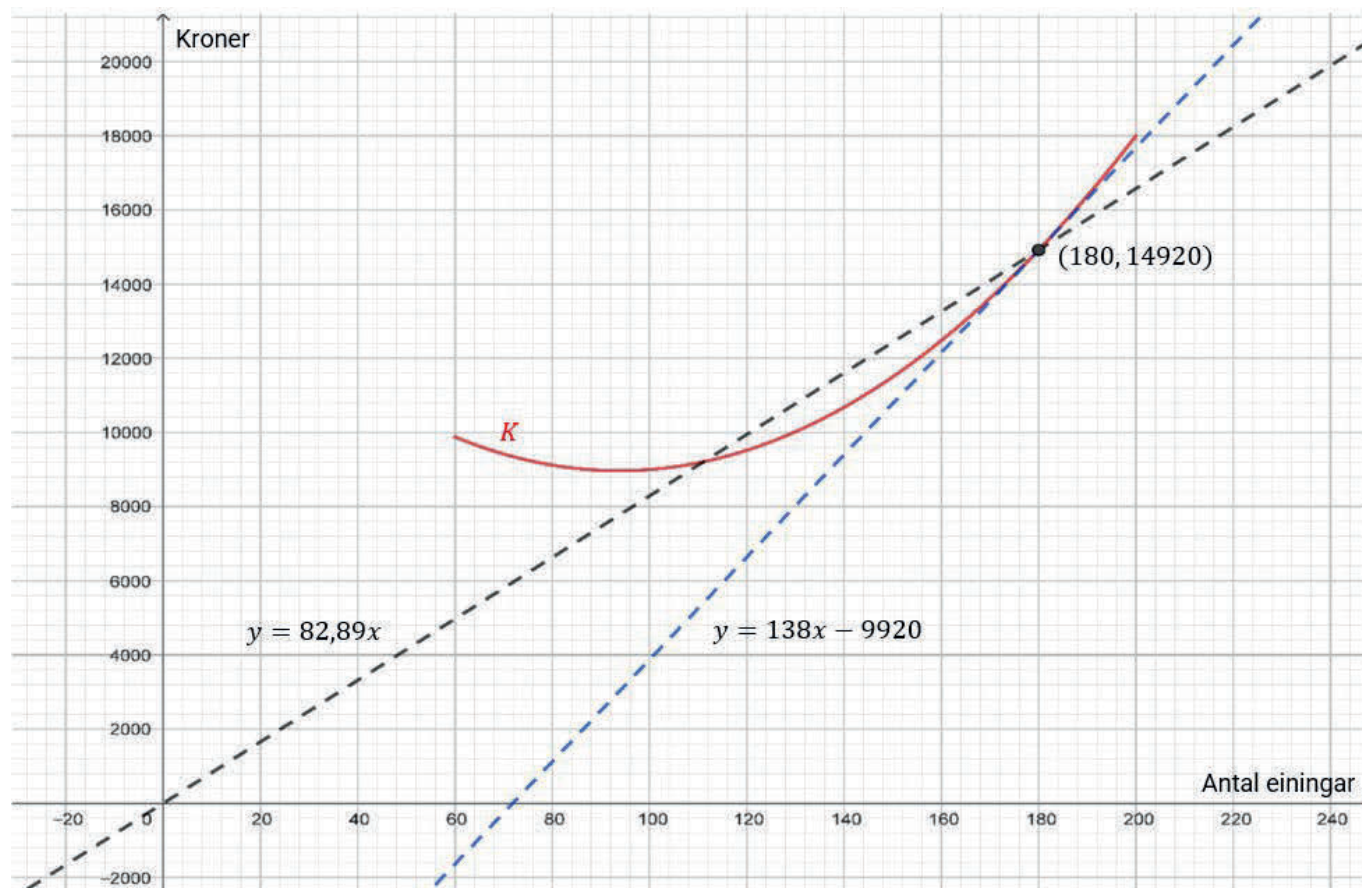
Eleven har også skrive denne koden:

```
1  a = 2
2  n = 5
3  S = 0
4  for i in range(1, n + 1):
5      S = S + a
6      a = a + (i + 2)
7  print(S)
```

- b) Kva ønskjer eleven no å finne ut?
Kva blir resultatet når koden blir køyrd?

Oppgave 5 (4 poeng)

Figuren viser grafen til ein kostnadsfunksjon K og to rette linjer. Linja $y = 138x - 9920$ tangerer grafen K i punktet $(180, 14\,920)$.



- a) Bruk figuren til å finne einingskostnaden og grensekostnaden når det blir produsert 180 einingar. Hugs å grunngi svara.

Vi set prisen per eining til p kroner, slik at inntekta $I(x)$ kroner er gitt ved $I(x) = p \cdot x$.

- b) Bestem prisen p slik at overskotet vil bli størst ved produksjon og sal av 180 einingar.

Oppgave 6 (3 poeng)

Benz A/S har utvikla ein ny type bensin som dei meiner aukar køyrelengda per liter. Den gamle bensinen gir ei gjennomsnittleg køyrelengd på 20 km/L, med eit standardavvik på 2,5 km/L.

Benz A/S ønskjer å teste om den nye bensinen aukar køyrelengda, og planlegg å gjennomføre ein hypotesetest med 25 bilar.

a) Set opp ein nullhypotese og ein alternativ hypotese for testen.

Det viser seg at dei 25 bilane køyrer i gjennomsnitt 21 km/L. Gå ut frå at køyrelengda er normalfordelt med standardavvik 2,5 km/L.

b) Gjennomfør hypotesetesten, og bruk han til å avgjere om Benz A/S kan seie at den nye bensinen aukar køyrelengda. Bruk eit signifikansnivå på 5 %.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (6 poeng)

Ei bedrift produserer og sel x einingar av ei vare per veke.

Tabellen nedanfor viser kostnaden ved ulike produksjonsmengder.

Produksjon (einingar per veke)	10	20	40	50
Kostnad (kroner)	400	850	2070	2890

En modell for kostnaden $K(x)$ kroner kan skrivast på forma

$$K(x) = ax^2 + bx + c$$

a) Vis at $K'(x) = 1,23x + 25$

Inntekta $I(x)$ kroner per veke er gitt ved

$$I(x) = 3000 \cdot \ln(5x)$$

b) Bestem $I'(35)$ og $K'(35)$.

Gi ei praktisk tolking av svara.

c) Bestem $\int_{20}^{30} K'(x) dx$.

Gi ei praktisk tolking av svaret.

Oppgave 2 (6 poeng)

Tre skihopparar skal delta i ein hoppkonkurranse.

Tabellen nedanfor viser forventningsverdi og standardavvik for lengda på eit hopp for kvar av dei tre hopparane. Vi antek at lengda på hoppa er uavhengig og normalfordelt.

	Forventningsverdi	Standardavvik
Birger	70 meter	20 meter
Maren	80 meter	5 meter
Espen	75 meter	10 meter

- a) Gjer berekningar for kvar skihoppar, og bestem sannsynet for at skihopparen hoppar lenger enn 90 meter i eit tilfeldig hopp.

I første omgang hoppa Maren 83 meter.

- b) Bestem sannsynet for at Maren hoppa lengst i denne omgangen.

I andre omgang gjer alle eit nytt hopp.

- c) Bruk simulering og bestem sannsynet for at Maren hoppar lengst i denne omgangen.

Oppgave 3 (6 poeng)

Sikkerheitsselskapet SaifY skal lansere eit nytt brannvarslingssystem i ein by med 2 millionar husstandar. SaifY reknar med at antalet husstandar som har brannvarslingssystemet t veker etter lanseringa, vil følgje modellen B gitt ved

$$B(t) = \frac{1\,700\,000}{1 + 500e^{-0,07t}}$$

- a) Kor lang tid vil det ta før halvparten av husstandane i byen har brannvarslingssystemet, ifølgje modellen?

- b) Bestem $B'(52)$.

Gi ei praktisk tolking av svaret.

Det viser seg at konkurrenten UnSaif planlegg å lansere eit brannvarslingssystem med tilsvarende teknologi samstundes. Dette vil påverke salet til SaifY.

Etter å ha høyrte om planane til UnSaif antek SaifY at

- dei totalt vil få selt brannvarslingssystemet sitt til ein million husstandar
 - fire tusen husstandar har brannvarslingssystemet når det blir lansert
 - flest nye husstandar kjøper brannvarslingssystemet i veke 65
- c) Bruk antakingane ovanfor til å lage ein ny logistisk modell F for antalet husstandar som har brannvarslingssystemet etter t veker.

Oppgåve 4 (6 poeng)

Nora blir 37 år i 2026 og vil begynne å spare til eigen pensjon.

Ho vil setje eit fast beløp inn på ein konto i banken 1. januar kvart år. Ho vil begynne sparinga 1. januar 2026 og halde på til og med januar 2055.

Målet hennar er å ha 3 750 000 kroner i banken etter at rentene for 2055 er lagde til. Nora ventar at den årlege rentesatsen på kontoen vil vere 2,5 %.

a) Kor stort beløp må Nora setje i banken kvart år for å nå målet?

Nora har eit huslån. Lånet har årlege terminar, og Nora betaler terminbeløpet i januar kvart år. I januar 2026 vil lånet vere på 3 000 000 kroner.

Nora vil betale ned lånet før det året ho fyller 70. Ho har rekna seg fram til at ho då må betale 150 000 kroner kvar termin frå og med januar 2026 til og med januar 2058.

b) Kor høg har Nora rekna med at den årlege rentesatsen på lånet vil vere?

Nora ønskjer å hjelpe dottera med eigenkapital til bustad. Nora opprettar derfor ein ekstra sparekonto og set opp ein spareplan med eitt årleg innskot i 10 år. Det første innskottet skal vere 10 000 kroner, deretter skal beløpa ho set inn, auke med 6 % per år. Nora ventar at rentesatsen vil vere 2,5 % per år.

Målet er å ha 150 000 kroner på sparekontoen eitt år etter at ho har sett inn det siste beløpet.

c) Vil Nora nå målet sitt?

Oppgave 5 (2 poeng)

Ei uendeleg geometrisk rekkje er gitt ved $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$

Det kan visast at

$$\int 1 \, dx + \int x \, dx + \int x^2 \, dx + \int x^3 \, dx + \dots = \int \frac{1}{1-x} \, dx, \quad x \in \langle -1, 1 \rangle$$

Bruk denne samanhengen til å vise at

$$\frac{1}{2^1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2^4} + \dots = \ln 2$$

I denne oppgåva kan du sjå bort frå integrasjonskonstantane.

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgåva:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgaven:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!