

Bokmål

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Du kan bruke vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Du kan bruke alle hjelpemidler, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. Du kan ikke bruke kunstig intelligens til å generere innhold i svaret ditt.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Regn ut integralene

a) $\int_0^1 (2e^x + 2x^2) dx$

b) $\int \frac{2x-1}{x^2-x-6} dx$

Oppgave 2 (2 poeng)

Bestem et uttrykk for funksjonen f når du får vite at

- $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$
- Arealet av området som er avgrenset av grafen til f , x-aksen og linjene $x = 1$ og $x = 2$, er $\frac{11}{14}$. Dette arealet ligger over x-aksen.

Oppgave 3 (4 poeng)

Til et brettspill hører det med en spesiell terning med 6 sider. Det er en side med en ener, en side med en toer, en side med en treer og tre sider med seksere. Vi kaster terningen én gang. La X være antall øyne terningen viser.

k	1	2	3	6
$P(X = k)$	$\frac{1}{6}$			

- a) Skriv av og fyll ut tabellen. Vis at $E(X) = 4$.
- b) Bestem $Var(x)$.

Oppgave 4 (4 poeng)

En elev arbeider med en tallfølge og har skrevet denne koden:

```
1  a = 2
2  n = 5
3  for i in range(1, n + 1):
4      print(a)
5      a = a + (i + 2)
```

- a) Beskriv mønsteret i tallfølgen eleven arbeider med.
Hva blir resultatet når koden kjøres?

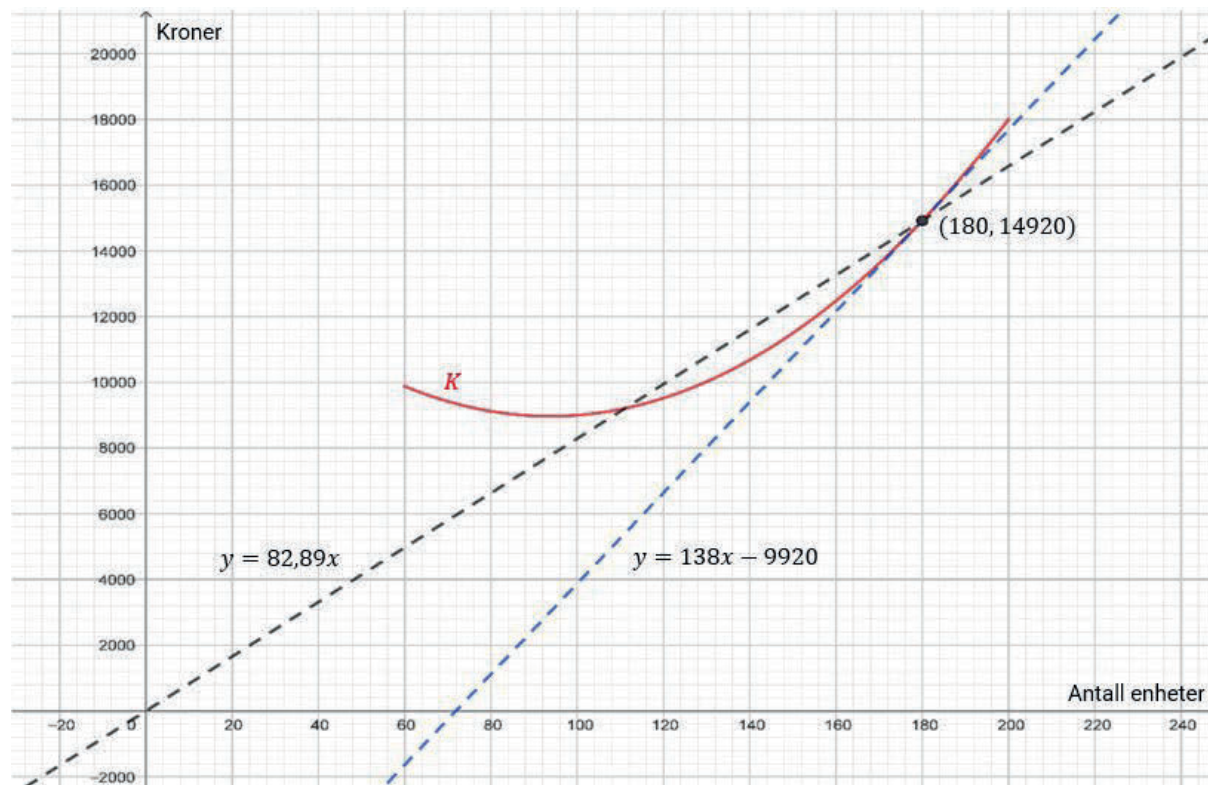
Eleven har også skrevet denne koden:

```
1  a = 2
2  n = 5
3  S =  
4  for i in range(1, n + 1):
5      S = S + a
6      a = a + (i + 2)
7  print(S)
```

- b) Hva ønsker eleven nå å finne ut?
Hva blir resultatet når koden kjøres?

Oppgave 5 (4 poeng)

Figuren viser grafen til en kostnadsfunksjon K og to rette linjer. Linjen $y = 138x - 9920$ tangerer grafen K i punktet $(180, 14\,920)$.



- a) Bruk figuren til å finne enhetskostnaden og grensekostnaden når det blir produsert 180 enheter. Husk å begrunne svarene.

Vi setter prisen per enhet til p kroner, slik at inntekten $I(x)$ kroner er gitt ved $I(x) = p \cdot x$.

- b) Bestem prisen p slik at overskuddet vil bli størst ved produksjon og salg av 180 enheter.

Oppgave 6 (3 poeng)

Benz A/S har utviklet en ny type bensin som de mener øker kjørelengden per liter. Den gamle bensinen gir en gjennomsnittlig kjørelengde på 20 km/L, med et standardavvik på 2,5 km/L.

Benz A/S ønsker å teste om den nye bensinen øker kjørelengden, og planlegger å gjennomføre en hypotesetest med 25 biler.

a) Sett opp en nullhypotese og en alternativ hypotese for testen.

Det viser seg at de 25 bilene kjører i gjennomsnitt 21 km/L. Gå ut fra at kjørelengden er normalfordelt med standardavvik 2,5 km/L.

b) Gjennomfør hypotesetesten, og bruk den til å avgjøre om Benz A/S kan si at den nye bensinen øker kjørelengden. Bruk et signifikansnivå på 5 %.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

En bedrift produserer og selger x enheter av en vare per uke.

Tabellen nedenfor viser kostnaden ved ulike produksjonsmengder.

Produksjon (enheter per uke)	10	20	40	50
Kostnad (kroner)	400	850	2070	2890

En modell for kostnaden $K(x)$ kroner kan skrives på formen

$$K(x) = ax^2 + bx + c$$

a) Vis at $K'(x) = 1,23x + 25$

Inntekten $I(x)$ kroner per uke er gitt ved

$$I(x) = 3000 \cdot \ln(5x)$$

b) Bestem $I'(35)$ og $K'(35)$.

Gi en praktisk tolkning av svarene.

c) Bestem $\int_{20}^{30} K'(x) dx$

Gi en praktisk tolkning av svaret.

Oppgave 2 (6 poeng)

Tre skihoppere skal delta i en hoppkonkurranse.

Tabellen nedenfor viser forventningsverdi og standardavvik for lengden på et hopp for hver av de tre hopperne. Vi antar at lengden på hoppene er uavhengig og normalfordelt.

	Forventningsverdi	Standardavvik
Birger	70 meter	20 meter
Maren	80 meter	5 meter
Espen	75 meter	10 meter

- a) Gjør beregninger for hver skihopper, og bestem sannsynligheten for at skihopperen hopper lenger enn 90 meter i et tilfeldig hopp.

I første omgang hoppet Maren 83 meter.

- b) Bestem sannsynligheten for at Maren hoppet lengst i denne omgangen.

I andre omgang gjør alle et nytt hopp.

- c) Bruk simulering og bestem sannsynligheten for at Maren hopper lengst i denne omgangen.

Oppgave 3 (6 poeng)

Sikkerhetsselskapet SaifY skal lansere et nytt brannvarslingssystem i en by med 2 millioner husstander. SaifY regner med at antallet husstander som har brannvarslingssystemet t uker etter lanseringen, vil følge modellen B gitt ved

$$B(t) = \frac{1\,700\,000}{1 + 500e^{-0,07t}}$$

- a) Hvor lang tid vil det ta før halvparten av husstandene i byen har brannvarslingssystemet, ifølge modellen?

- b) Bestem $B'(52)$.

Gi en praktisk tolkning av svaret.

Det viser seg at konkurrenten UnSaif planlegger å lansere et brannvarslingssystem med tilsvarende teknologi samtidig. Dette vil påvirke salget til SaifY.

Etter å ha hørt om planene til UnSaif antar SaifY at

- de totalt vil få solgt brannvarslingssystemet sitt til en million husstander
 - fire tusen husstander har brannvarslingssystemet når det lanseres
 - flest nye husstander kjøper brannvarslingssystemet i uke 65
- c) Bruk antakelsene ovenfor til å lage en ny logistisk modell F for antallet husstander som har brannvarslingssystemet etter t uker.

Oppgave 4 (6 poeng)

Nora blir 37 år i 2026 og vil begynne å spare til egen pensjon.

Hun vil sette et fast beløp inn på en konto i banken 1. januar hvert år. Hun vil begynne sparingen 1. januar 2026 og holde på til og med januar 2055.

Målet hennes er å ha 3 750 000 kroner i banken etter at rentene for 2055 er lagt til. Nora venter at den årlige rentesatsen på kontoen vil være 2,5 %.

- a) Hvor stort beløp må Nora sette i banken hvert år for å nå målet?

Nora har et huslån. Lånet har årlige terminer, og Nora betaler terminbeløpet i januar hvert år. I januar 2026 vil lånet være på 3 000 000 kroner.

Nora vil betale ned lånet før det året hun fyller 70. Hun har regnet seg fram til at hun da må betale 150 000 kroner hver termin fra og med januar 2026 til og med januar 2058.

- b) Hvor høy har Nora regnet med at den årlige rentesatsen på lånet vil være?

Nora ønsker å hjelpe datteren med egenkapital til bolig. Nora oppretter derfor en ekstra sparekonto og setter opp en spareplan med ett årlig innskudd i 10 år. Det første innskuddet skal være 10 000 kroner, deretter skal beløpene hun setter inn, øke med 6 % per år. Nora venter at rentesatsen vil være 2,5 % per år.

Målet er å ha 150 000 kroner på sparekontoen ett år etter at hun har satt inn det siste beløpet.

- c) Vil Nora nå målet sitt?

Oppgave 5 (2 poeng)

En uendelig geometrisk rekke er gitt ved $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$

Det kan vises at

$$\int 1 \, dx + \int x \, dx + \int x^2 \, dx + \int x^3 \, dx + \dots = \int \frac{1}{1-x} \, dx, \quad x \in \langle -1, 1 \rangle$$

Bruk denne sammenhengen til å vise at

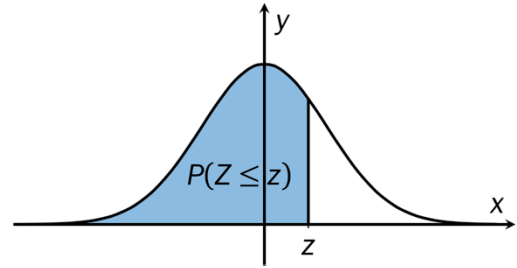
$$\frac{1}{2^1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2^4} + \dots = \ln 2$$

I denne oppgaven kan du se bort fra integrasjonskonstantene.

Vedlegg 1

Standard normalfordeling

Tabellen viser $P(Z \leq z)$ for $-3,09 \leq z \leq 3,09$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990