

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Automatisk tekstgenerator som chatbot, copilot eller tilsvarende teknologi er ikke tillatt.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Vekting av oppgavene	Alle deloppgavene blir vektet likt.
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet.

Del 1

Oppgave 1 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -x^3 + 3x.$$

a) Regn ut integralet.

$$\int_{-1}^0 f(x) dx$$

b) Bestem arealet av området som er avgrenset av grafen til f , x -aksen og linjene $x = -1$ og $x = 1$.

Oppgave 2 (2 poeng)

Regn ut integralet.

$$\int (x^2 + 1)^3 \cdot 2x dx$$

Oppgave 3 (4 poeng)

En elev har laget programmet til høyre.

- a) Forklar hva eleven prøver å finne ut.
- b) Finn verdien eleven får skrevet ut når programmet kjøres.

```
1  n = 0
2  S = 0
3
4  while S <= 200:
5      n = n + 1
6      S = S + 4*n - 2
7
8  print(n)
```

Oppgave 4 (4 poeng)

Hos en lakseoppdretter er slaktevekten til laksen normalfordelt med forventningsverdi 4700 gram. Det viser seg at 11,5 % av laksen som slaktes, veier mer enn 5300 gram.

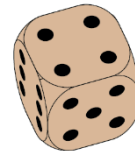
- a) Vis at standardavviket for vekten til en vilkårlig laks er omtrent 500 gram.
- b) Bestem sannsynligheten for at en vilkårlig laks veier mindre enn 4500 gram.

Oppgave 5 (2 poeng)

La $K(x)$ være kostnadsfunksjonen til en bedrift som produserer x enheter av en vare, og la $E(x)$ være enhetskostnaden. La x_0 være antallet enheter som gir den laveste enhetskostnaden. Vis at grensekostnaden er lik enhetskostnaden for $x = x_0$.

Oppgave 6 (4 poeng)

Hilde kaster en terning med seks sider.
La X være antall øyne hun får på terningen.



- a) Bestem forventningsverdien $E(X)$.

Hilde regner ut at standardavviket $SD(X) = 1,7$. Hun vil kaste terningen flere ganger og summere antall øyne fra hvert kast.

- b) Hvor mange ganger må Hilde kaste terningen før det er omtrent 32 % sannsynlighet for at summen av antall øyne er mer enn 17 unna forventningsverdien for summen?

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

For et år siden begynte en butikk å selge et nytt produkt. Funksjonen f gitt ved

$$f(t) = \frac{700}{1 + 20e^{-0,12t}}$$

er en god modell for antallet enheter butikken har solgt av produktet per uke, t uker etter at produktet kom i salg.

- a) Når økte salget raskest, ifølge modellen, og hvor mye økte salget da?
- b) Hvor lang tid gikk det før det samlede salget passerte 2000 enheter, ifølge modellen?

Inntekten fra salget av produktet har vært 1 000 000 kroner det første året.

- c) Hvilken pris har butikken solgt produktet for?

Oppgave 2 (6 poeng)

Et smertestillende legemiddel, A, er tilgjengelig på markedet. Legemiddelet demper smerte for mange pasienter, men ikke for alle.

- Sannsynligheten for at legemiddel A virker på en pasient, er 75 %.
- Vi tester legemiddel A på n pasienter.
- Legemiddel A virker på X av disse pasientene.

a) Hvilken sannsynlighetsfordeling har X ? Begrunn svaret ditt. Regn ut $P(X = 9)$ når $n = 12$.

Et nytt legemiddel, B, skal også dempe smerte hos pasienter.

- Legemiddel B er testet ut på 10 pasienter.
- Legemiddel B virket på 9 av disse 10 pasientene.

b) La p være sannsynligheten for at B virker på en pasient. Gjennomfør en hypotesetest med signifikansnivå på 5 %. Bruk denne til å vurdere om du kan si at legemiddel B virker med høyere sannsynlighet enn A.

Legemiddel B blir gitt til 200 pasienter.

c) Hvor mange pasienter må legemiddel B minst virke på for at vi skal kunne konkludere med at legemiddel B virker med høyere sannsynlighet enn legemiddel A? Bruk et signifikansnivå på 5 %.

Oppgave 3 (6 poeng)

Olivia tar opp et annuitetslån på 2 500 000 kroner for å kjøpe bolig. Hun velger årlige terminer og en nedbetalingstid på 25 år. Det første terminbeløpet skal betales om ett år. Renten er på 5,5 % per år.

a) Hvor store blir de årlige terminbeløpene?

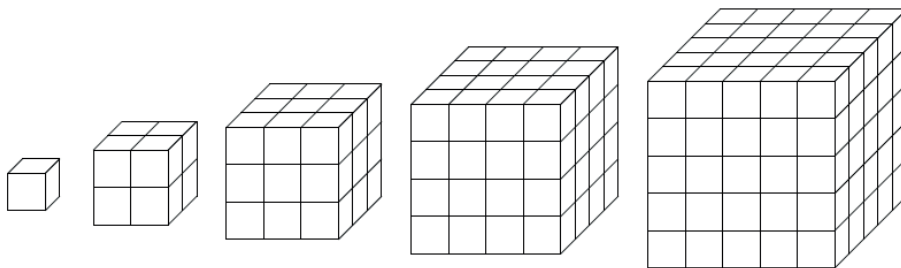
Etter 5 år vil Olivia utvide lånet for å pusse opp badet. Hun håper å få låne 500 000 kroner ekstra til samme rente, men hun vil ikke forlenge nedbetalingstiden på lånet.

b) Hvor store blir de nye terminbeløpene?

Olivia vet at dersom de nye terminbeløpene blir for store, må hun forlenge nedbetalingstiden.

c) Hvor lang blir nedbetalingstiden dersom hun betaler 200 000 kroner hver termin etter at hun har utvidet lånet?

Oppgave 4 (4 poeng)



De fem første kubikktallene er 1^3 , 2^3 , 3^3 , 4^3 og 5^3 . Se figurene ovenfor.

La S_n være summen av de n første kubikktallene.

- a) Beskriv den rekursive sammenhengen mellom S_n og S_{n+1} . Bestem en eksplisitt formel for S_n .
- b) Lag et program som regner ut S_{50} ved å bruke den rekursive sammenhengen du fant i oppgave a.

Oppgave 5 (4 poeng)

Svein har en kurv med røde og blå baller. Det er like mange baller av hver farge i kurven. Svein tar 15 baller tilfeldig fra kurven. Han ser etterpå at han trakk 9 røde og 6 blå baller.

- a) Bestem sannsynligheten for at han får dette resultatet dersom han starter med 30 baller i kurven.
- b) Hva er det mest sannsynlige antallet baller som lå i kurven?

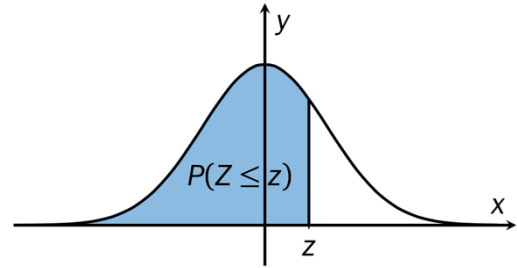
(Blank side)

(Blank side)

Vedlegg 1

Standard normalfordeling

Tabellen viser $P(Z \leq z)$ for $-3,09 \leq z \leq 3,09$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990