

20.11.2024

# Eksamen

REA3062 Matematikk S2

Se eksamenstips på baksiden!

## Nynorsk

| Eksamensinformasjon             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Eksamenstid</b>              | Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes.<br><br>Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 2 timar. Etter 2 timar kan kandidaten bruke hjelpemiddel.<br><br>Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Del utan hjelpemiddel</b>    | Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Del med hjelpemiddel</b>     | Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon. Automatisk tekstgenerator som chatbot, copilot eller tilsvarande er ikkje tillate.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <b>Framgangsmåte</b>            | Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver.<br>Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver.<br><br>Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing.<br><br>Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Rettleiing om vurderinga</b> | Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>– gjennomfører logiske resonnement</li><li>– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel</li><li>– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li><li>– vurderer om svar er rimelege</li></ul> |
| <b>Andre opplysningar</b>       | Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

## Del 1

### Oppgave 1 (6 poeng)

- a) Rekn ut integralet

$$\int x^2 \cdot \ln x \, dx$$

- b) Bestem  $x$  når

$$\int_{-1}^x (3t^2 - 1) dt = 0, \quad x > -1$$

- c) Gi ei praktisk tolking av svaret i oppgave b).

### Oppgave 2 (6 poeng)

- a) Finn summen av den aritmetiske rekkja  $3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 399$ .
- b) Bestem kvotienten  $k$  for ei uendeleg geometrisk rekkje som konvergerer og som har  $a_1 = 12$  og sum = 18.
- c) Vis at talet  $0,75757575\dots$  kan skrivast som ei uendeleg geometrisk rekkje.  
Bruk dette til å vise at  $1,75757575\dots = \frac{58}{33}$ .

### Oppgave 3 (2 poeng)

Tabellen viser sannsynsfordelinga til ein stokastisk variabel  $X$ .

| $x$        | 0    | 1    | 4    | $b$  |
|------------|------|------|------|------|
| $P(X = x)$ | 0,30 | 0,40 | 0,10 | 0,20 |

$$E(X) = 2.$$

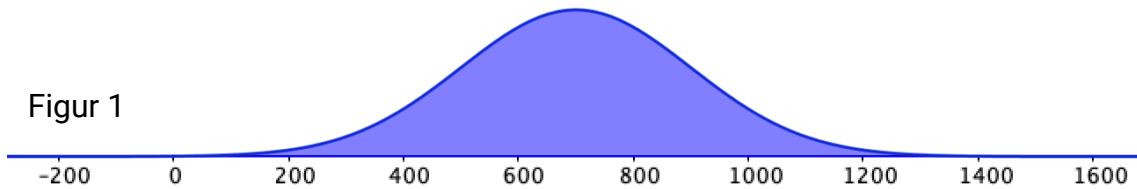
Vis at  $b = 6$ , og bestem  $\text{Var}(X)$ .

### Oppgave 4 (4 poeng)

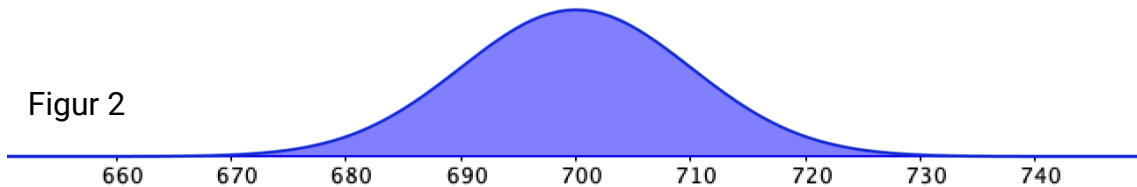
Ein gartner sår 1000 frø. Frøa har ei spireevne på 70 %.

- a) Kva for ein av dei to figurane nedanfor viser sannsynstettleiken for talet på frø som spirer?  
Hugs å grunngi svaret ditt.

Figur 1



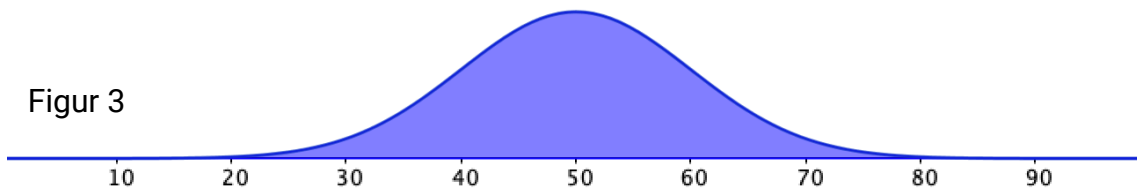
Figur 2



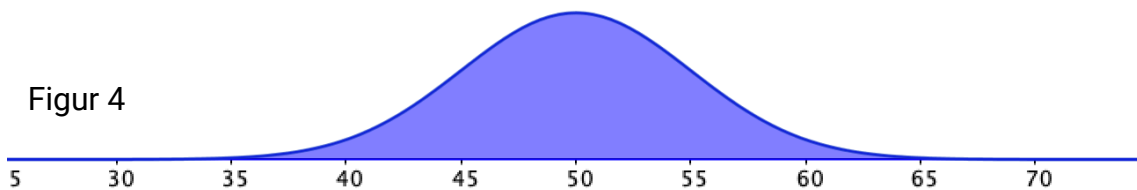
Ein stokastisk variabel er normalfordelt med  $E(X) = 50$  og  $\sigma = 10$ .

- b) Kva for ein av dei to figurane nedanfor viser sannsynstettleiken til denne stokastiske variabelen?  
Hugs å grunngi svaret ditt.

Figur 3



Figur 4



### Oppgave 5 (4 poeng)

Ei bedrift produserer og sel ei vare der kostnaden  $K(x)$ , oppgitt i kroner, er gitt ved

$$K(x) = 0,3x^2 + 10x + 3000$$

Her er  $x$  talet på produserte og selde einingar per veke.

- a) For kva  $x$ -verdi er grensekostnaden lik einingskostnaden?  
Gi ei praktisk tolking av svaret.

Bedrifta reknar med å selje vara for 400 kroner per eining.

- b) Kor mange einingar må bedrifta produsere og selje for at overskotet skal bli størst mogleg?

## Del 2

### Oppgave 1 (6 poeng)

Marco skal løpe maraton og startar løpetrening. I tabellen nedanfor ser du kor mange kilometer han løpte nokre av vekene etter at han starta treninga.

|                                        |    |    |    |     |     |
|----------------------------------------|----|----|----|-----|-----|
| Veker etter treningsstart ( $t$ )      | 1  | 5  | 10 | 15  | 20  |
| Tal på kilometer løpt per veke ( $L$ ) | 14 | 32 | 80 | 115 | 145 |

a) Vis at funksjonen  $L$  gitt ved

$$L(t) = \frac{156,31}{1 + 12,21e^{-0,24t}}$$

er ein god modell for samanhengen mellom veker etter treningsstart ( $t$ ) og talet på kilometer løpt per veke ( $L$ ).

Forklar kvifor ein modell av denne typen kan passe godt til denne praktiske situasjonen.

b) Når auka talet på løpte kilometer per veke raskast, ifølgje modellen?  
Kor stor var auken då?

Marco merka etter nokre veker at løpeskoa byrja å bli slitne ut, og at han trong nye sko. Han bestemte seg for å kjøpe nye sko etter å ha løpt totalt 500 km.

c) Kor mange veker hadde Marco løpt då han kjøpte seg nye sko?  
Kor mange kilometer hadde han løpt i gjennomsnitt per veke før dette?

## Oppgåve 2 (4 poeng)

Ei bedrift skal tilsetje ein ny person i ei stilling og har fått 100 godt kvalifiserte søkjarar. 60 av søkjarane er kvinner, og 40 av søkjarane er menn. Leiinga i bedrifta rekk ikkje å intervju alle, derfor blir 8 kvinner og 12 menn tilfeldig inviterte til intervju av leiinga.

Fagforeininga lurar på om dette faktisk er tilfeldig, eller om leiinga bevisst vel menn. Dei ber deg gjennomføre ein hypotesetest med signifikansnivå 5 %.

- Formuler nullhypotesen  $H_0$  og alternativhypotesen  $H_1$  for testen.  
Forklar kvifor ei hypergeometrisk sannsynsfordeling er mest passande for denne testen.
- Gjennomfør hypotesetesten og vurder om det er grunnlag for å seie at leiinga bevisst vel menn.

## Oppgåve 3 (4 poeng)

Avgjer om kvar enkelt påstand nedanfor er sann eller usann. Forklar tydeleg korleis du har resonnert.

- Ei uendeleg geometrisk rekkje er gitt ved  $1 + (\ln x - 1) + (\ln x - 1)^2 + \dots$ .

**Påstand:** Dersom  $x = \frac{1}{e}$  vil summen av rekkja vere  $\frac{1}{3}$ .

- To funksjonar er gitt ved  $f(x) = x^3 - x^2 - ax$ , der  $a \in \mathbb{R}$ , og  $g(x) = -x^2 + x$ .

**Påstand:** Grafane til  $f$  og  $g$  avgrensar to område som er like store når  $a > -1$ .

## Oppgåve 4 (4 poeng)

- Bestem ein rekursiv formel for talfølgja 1, 2, 6, 15, 31, 56, ....
- Bruk den rekursive formelen du fann i oppgåve a), og lag eit program som reknar ut summen av dei 30 første ledda i talfølgja.

Hugs å leggje ved bilete av både koden og resultatet av køyringa.

## Oppgave 5 (6 poeng)

Ole vil studere i Tyskland og skal fullføre ein mastergrad i løpet av 5 år. Han undersøker kva han kan få i stipend og lån frå Lånekassen for å dekkje opphald og skulepengar.

Etter 5 år vil det samla lånebeløpet vere 799 273 kr.  
Rentesatsen er 5,242 % per år.

Rentene i Lånekassen byrjar først å løpe rett etter fullført studium. Første avdrag skal betalast eitt år etter at du har fullført studiet. Nedbetalingstid er maks 30 år med éin termin per år.

### Berekn kor mykje heile utdanninga vil koste

Her kan du berekne cirka kor mykje heile utdanninga di vil koste, kor mykje du kan få i stipend og kor mykje du må betale tilbake etter du er ferdig.

Tall år med stipend og lån

- 5 +

Minimum lån du må betale tilbake

**799 273** kr

Utrekninga tar utgangspunkt i 2 % årleg aukaing av stipend og lån, og forutset at du oppfyller vilkåra for omgjering.

Maksimalt stipend

**489 299** kr

- a) Vis at terminbeløpa Ole må betale, blir 53 437 kr dersom han vel maks nedbetalingstid.

Det er forventa at rentesatsen blir lågare framover. Ole reknar litt på det og tenkjer at med den forventa rentesatsen kan han klare å betale ned lånet på 25 år, med det same terminbeløpet som i oppgave a).

- b) Kva må rentesatsen vere dersom han skal klare det?

Ole tenkjer at han etter kvart kan klare å betale eit større terminbeløp. Han ser for seg at han betaler same terminbeløp som i oppgave a) dei 12 første åra. Deretter aukar han terminbeløpet med 5 % per termin resten av nedbetalingstida. Han går ut frå at rentesatsen vil vere 5,242 % per år gjennom heile perioden.

- c) Kor mange år vil det ta før lånet er nedbetalt, dersom Ole klarer dette?

### Oppgave 6 (4 poeng)

Ei bedrift produserer og sel ei vare. Kostnaden  $K(x)$  i kroner er gitt ved

$$K(x) = 0,2x^2 + 50x + 1500$$

der  $x$  er talet på einingar.

Etterspurnaden etter vara er gitt ved

$$E(p) = 300e^{-0,01p}$$

der  $p$  er prisen per vare i kroner.

- a) Rekn ut  $E(30)$ .  
Gi ei praktisk tolking av svaret du får.
- b) Finn eit uttrykk  $I(x)$  for inntekta som funksjon av talet på selde einingar.

### **TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:**

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

**Lykke til!**

### **TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:**

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

**Lykke til!**