

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Strømming: https://ifpi.no/statistikk/ Alle andre tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet
Vedlegg	Vedlegg 1: Standard normalfordeling

Del 1

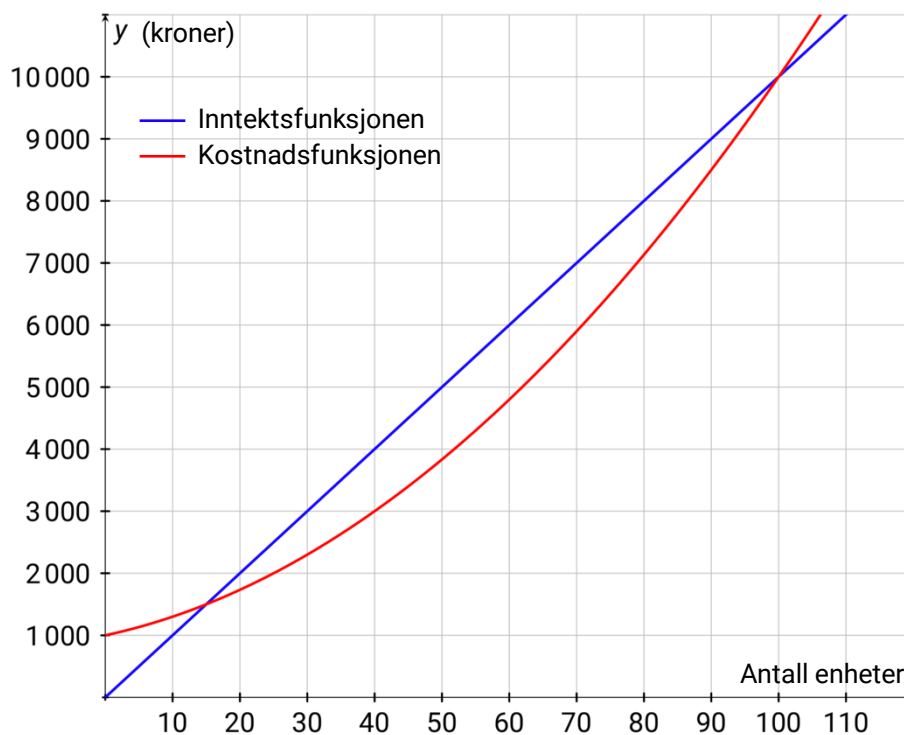
Oppgave 1

Regn ut integralet

$$\int_0^1 (e^x + 3x^2) dx$$

Oppgave 2

Figuren nedenfor viser grafen til kostnadsfunksjonen og grafen til inntektsfunksjonen ved produksjon og salg av en vare.



- Forklar hvordan du ut fra den grafiske framstillingen kan bestemme en tilnærmet verdi for grensekostnaden når det blir produsert 40 enheter. Omtrent hvor stor er denne grensekostnaden?
- Forklar hvordan du, ved å se på stigningstallet i ulike punkt på grafene, kan avgjøre hvor mange enheter som må produseres for at overskuddet skal bli størst mulig.

Oppgave 3

En sannsynlighetsfordeling er gitt ved tabellen nedenfor.

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	k	0,3	$k-0,2$	0,1

- a) Vis at $P(X > 1) = 0,3$.
- b) Bestem $E(X)$ og $\text{Var}(X)$.

Oppgave 4

En elev har skrevet følgende kode:

```
1 a = 3
2 d = 4
3
4 N = 10
5 S = 0
6
7 for i in range(N):
8     S = S + a
9     a = a + d
10
11 print(S)
```

- a) Forklar hva eleven ønsker å regne ut.
- b) Hva blir resultatet når programmet kjøres, dersom N settes til 100 i linje 4?

Oppgave 5

Knut må hver dag ta en tablett som inneholder 7 mg av et virkestoff. I kroppen brytes 10 prosent av dette virkestoffet ned hvert døgn. Knut har lest at det kan være skadelig å ha mer enn 100 mg av virkestoffet i kroppen. Legen beroliger Knut med at dette ikke vil skje med den dosen Knut tar.

Avgjør om det legen sier, stemmer.

Oppgave 6

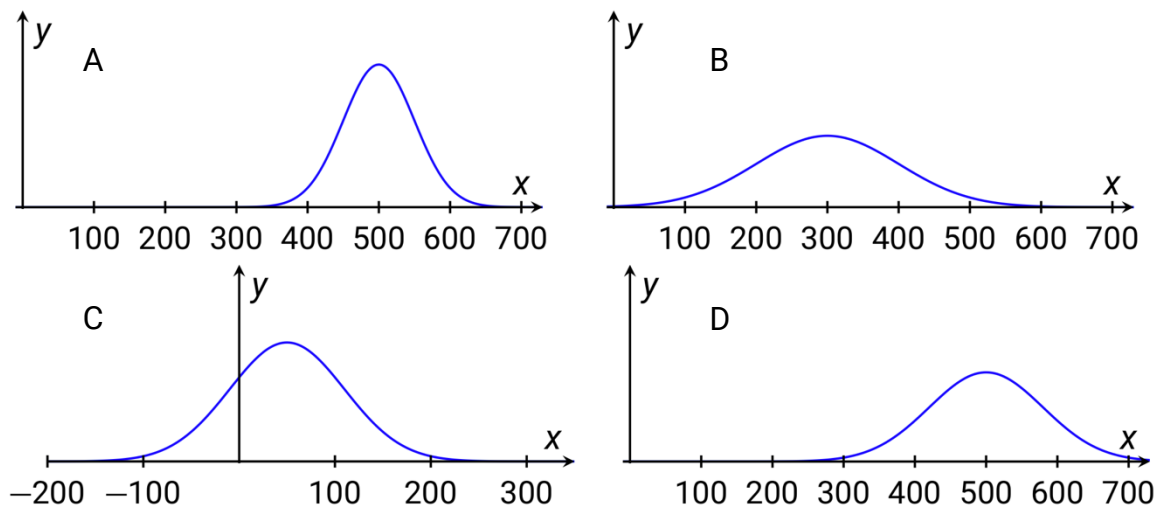
Levetiden X til et tilfeldig valgt batteri er normalfordelt med forventet levetid 500 timer og standardavvik 50 timer.

- a) Bestem sannsynligheten for at et tilfeldig valgt batteri vil ha en levetid på mer enn 600 timer.

Sannsynligheten er 75,8 prosent for at levetiden til et tilfeldig valgt batteri er mer enn t timer.

- b) Bestem t .

- c) Hvilken av de grafiske framstillingene nedenfor illustrerer X ? Husk å argumentere for svaret.



Del 2

Oppgave 1

Anders tok opp et annuitetslån på 150 000 kroner for å kjøpe en bil. Lånet hadde en nedbetalingstid på 36 måneder med én termin per måned. Det hadde en månedlig rentesats på 0,49 prosent.

a) Hva var terminbeløpet?

Like etter at Anders hadde betalt inn terminbeløp 24 ble bilen totalskadet, og forsikringsselskapet betalte ut 55 000 kroner.

b) Var dette nok til å betale ned restlånet?

Oppgave 2

Tabellen nedenfor viser hvor mange millioner kroner som ble brukt på strømming av musikk i Norge noen år i perioden 2008–2018.

År	2008	2010	2012	2014	2016	2018
Strømming	2	70	246	456	582	655

a) Lag en modell F som du kan bruke til å bestemme hvor mange millioner kroner som ble brukt på strømming i Norge per år i perioden 2008–2018 og årene etterpå. Velg x -verdier slik at $F(0)$ gir hvor mange millioner kroner som ble brukt i 2008. Begrunn valget av modell.

Nedenfor ser du fire formler.

$$I = \int_{-0,5}^{10,5} F(x) dx, \quad G = \frac{1}{5} \int_{2,5}^{7,5} F(x) dx, \quad S = \sum_{i=0}^{10} F(i), \quad D = \frac{F(5,001) - F(5)}{0,001}$$

b) Bestem I , G , S og D .

c) Gi en praktisk tolkning av svarene i oppgave b.

Oppgave 3

Marte mener hun kan smake om en colatype er Coca-Cola eller Pepsi-Cola. Birger ønsker å teste om dette kan stemme, ved å gjennomføre en blindtest.

Han fyller tilfeldig 10 glass med cola, og Marte skal smake på dem for å avgjøre hvilken colatype hvert av glassene inneholder.

La X være antall riktige svar Marte gir når hun smaker på 10 glass med tilfeldig colatype.

- a) Bestem $P(X = 6)$ dersom Marte bare tipper tilfeldig på en colatype for hvert av de 10 glassene. Hvilke antagelser gjør du når du regner ut denne sannsynligheten?

Marte svarer så godt hun kan, og får riktig i 8 av de 10 tilfellene.

- b) Avgjør ved hjelp av hypotesetesting om det er grunnlag for å si at Marte kan gjenkjenne de to colatypene. Bruk et signifikansnivå på 5 prosent.

Birger synes 10 glass er litt lite i blindtesten. Han vil derfor gjøre en ny blindtest med 30 glass.

- c) Hvor mange riktige svar må Marte minst gi for å overbevise Birger om at hun kan gjenkjenne de to colatypene? Bruk også her et signifikansnivå på 5 prosent.

Oppgave 4

Foreldrene til Hildegunn vil gi henne ukepenger. De gir henne to ulike tilbud. I tilbud 1 får hun 100 kroner den første uken. Beløpet a_n som hun får i uke n , er gitt ved den rekursive formelen

$$a_n = a_{n-1} + 10$$

I tilbud 2 får hun 100 kroner den første uken. Beløpet b_n som hun får i uke n , er gitt ved den rekursive formelen

$$b_n = b_{n-1} \cdot 1,05$$

- a) Bestem det ukentlige beløpet hun får de fire første ukene med hvert av de to tilbudene.
- b) Hvor mange uker tar det før tilbud 2 vil gi mer ukelønn enn tilbud 1?
- c) Hvor mange uker tar det før tilbud 2 til sammen vil gi mer lønn enn tilbud 1?

Oppgave 5

Forskere ønsker å undersøke matematikkunnskapene til elever i videregående skole. Elever fra tre store skoler skal være med i undersøkelsen.

Karakterstatistikk fra de tre skolene viser at karakterene i matematikk er tilnærmet normalfordelt. Tabellen nedenfor viser forventningsverdi og standardavvik for hver av de tre skolene.

	Forventningsverdi	Standardavvik
Skole A	3,8	1,2
Skole B	3,4	1,4
Skole C	4,1	1,1

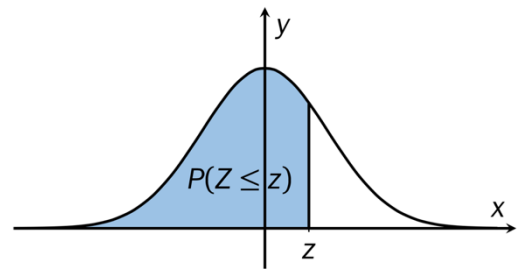
Forskerne skal trekke ut 20 elever. For hver elev de skal trekke, trekker de først en tilfeldig skole og deretter en tilfeldig elev fra den skolen.

- a) Lag et program som simulerer gjennomsnittskarakteren til 20 elever som er valgt ut på denne måten.
- b) Bruk simuleringer til å estimere sannsynligheten for at karaktersnittet til de 20 elevene er høyere enn 4.

Vedlegg 1

Standard normalfordeling

Tabellen viser $P(Z \leq z)$ for $-3,09 \leq z \leq 3,09$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Blank side

Blank side