

20.11.2023

Eksamen

REA3062 Matematikk S2

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 2 timar. Etter 2 timar kan du bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 5 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel – forklarar framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Om vekting av oppgåvene	Alle deloppgåvene blir vekta likt, bortsett frå oppgåve 5 på del 2, som blir vekta som to deloppgåver.
Andre opplysningar	Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1

Rekn ut integralet

$$\int_{-1}^1 (x^3 + 2x) dx .$$

Kva fortel svaret deg?

Oppgave 2

Ei uendeleg geometrisk rekkje $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ konvergerer mot 8.

a) Bestem summen av dei fire første ledda, når du får vite at $a_1 = 4$.

I ei aritmetisk rekkje er $a_1 + a_4 + a_7 = 114$.

b) Bestem a_4 .

Oppgave 3

I koordinatsystemet nedanfor ser du grafen til ein kostnadsfunksjon K saman med tre rette linjer.

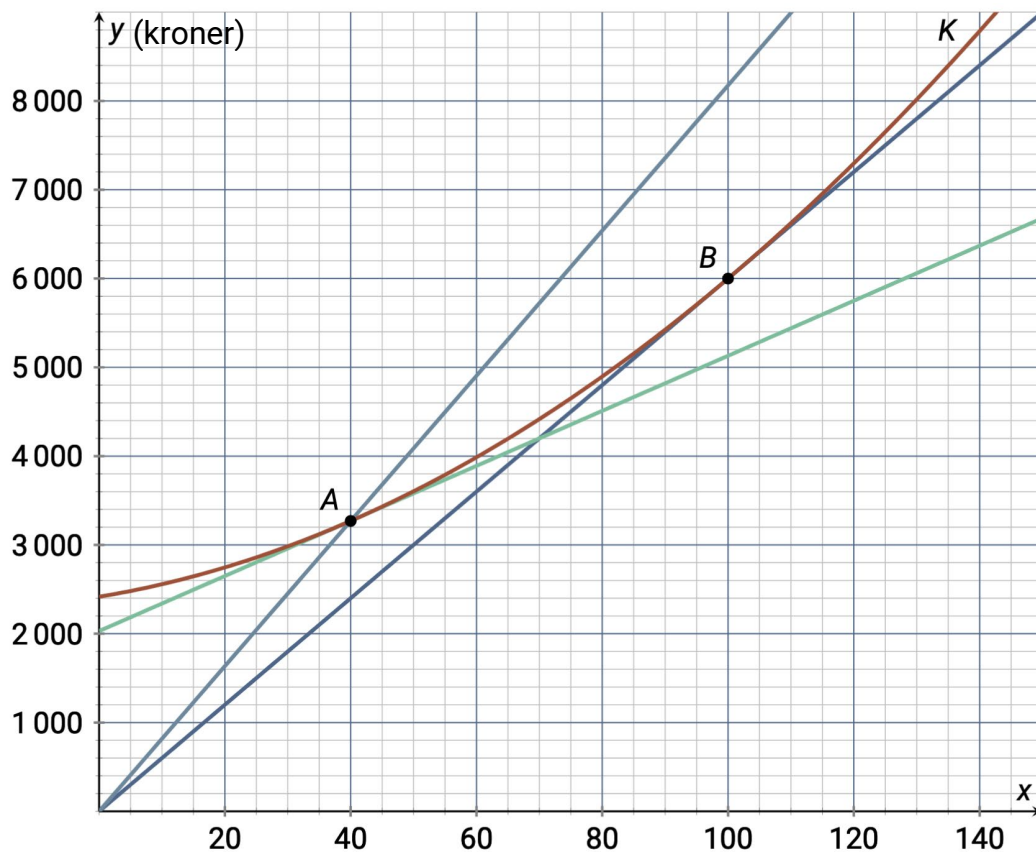
Dei tre rette linjene er grafane til funksjonane f , g og h , der

$$f(x) = 31x + 2030$$

$$g(x) = 60x$$

$$h(x) = 81,75x$$

To av linjene tangerer grafen til K . Vi kallar tangeringspunktene A og B .



- Bestem einingskostnaden ved produksjon av 40 einingar.
- Forklar at grensekostnaden ved produksjon av 40 einingar er 31 kroner.
- Bestem den minste einingskostnaden.

Oppgave 4

Ein elev har skrive koden nedanfor.

```
1 N = 1000
2 start = -2
3 slutt = 2
4 dx = (slutt - start)/N
5
6 def f(x):
7     return x**2-1
8
9 S = 0
10 for i in range(N):
11     xi = start + i*dx
12     S = S + abs(f(xi))*dx # abs(f(x)) gir absoluttverdien til f(x)
13
14 print(S)
```

- a) Forklar kva eleven ønskjer å rekne ut med denne koden.
- b) Finn ved rekning den verdien eleven ønskjer å bestemme.

Oppgave 5

I ein kasse ligg det tre typar kuler. Desse veg høvesvis 4 kg, 5 kg og 10 kg. Dersom vi trekkjer tilfeldig ei kule, er sannsynet $\frac{1}{4}$ for at kula veg 4 kg, og $\frac{1}{2}$ for at ho veg 5 kg.

Vi lar X vere vekta til ei tilfeldig kule.

- a) Vis at $E(X) = 6$ kg. Rekn ut variansen til X .

Vi trekkjer tilfeldig ei kule og legg ho tilbake igjen. Dette gjer vi to gonger. La X_1 vere vekta til den første kula vi trekkjer, og X_2 vekta til den andre kula vi trekkjer. La $Y = X_1 + X_2$.

- b) Set opp sannsynsfordelinga til Y .
- c) Bestem $P(Y > 10)$.

Del 2

Oppgave 1

Tabellen nedanfor viser den daglege etterspurnaden etter ei vare for ulike prisar.

Pris (kroner)	10	20	30	40	50
Etterspurnad	237	111	49	22	12

- a) Lag ein modell q som kan brukast til å beskrive samanhengen mellom prisen p (i kroner) og den daglege etterspurnaden. Vurder gyldigheitsområdet til modellen.
- b) Kva bør prisen for vara vere dersom bedrifta skal selje 70 einingar per dag?

For ei anna vare viser det seg at

$$p = 79 - 12,2 \ln x.$$

Her er x den daglege etterspurnaden når vara kostar p kroner.

- c) Kva må prisen vere dersom inntektene skal bli størst mogleg?

Kostnadene K (i kroner) ved produksjon og sal av x einingar per dag er gitt ved

$$K(x) = 0,021x^2 + 10x + 910.$$

- d) Kor mange einingar må produserast og seljast per dag for at grenseinntektene skal bli lik grensekostnadene?

Gi ei praktisk tolking av svaret.

Oppgave 2

Miriam har bestemt seg for å setje inn 20 000 kroner på ein konto i begynninga av kvart år. Det første sparebeløpet vil ho setje inn i begynninga av 2024, det andre beløpet i begynninga av 2025, og så vidare. Anta at ho får ein fast årleg rentesats på 3,5 prosent.

- a) Vis at Miriam vil ha 565 594 kroner på kontoen like etter at ho har sett inn innskot nummer 20.

Hermod har òg bestemt seg for å spare. Han vil setje inn eit fast beløp i begynninga av kvart år. Det første sparebeløpet set han inn i begynninga av 2024. Han får òg ein fast årleg rentesats på 3,5 prosent. Hermod har rekna ut at han vil ha 692 852 kroner på kontoen like etter at innskot nummer 20 er sett inn.

- b) Bestem beløpet Hermod må setje inn kvart år for at dette skal stemme.

Miriam ønskjer at det skal vere 1 000 000 kroner på kontoen like etter at ho har sett inn innskot nummer 20. For å få til dette, vil ho auke innskotet med eit fast beløp kvart år. Første innskot skal vere 20 000 kroner.

- c) Kor mykje må ho auke innskotet med kvart år?

Oppgave 3

Ein dekkprodusent påstår at bremselengda for ein type vinterdekk under bestemte forhold er 83 meter.

La X vere bremselengda ved ei tilfeldig måling under desse forholda. Gå ut frå at X er normalfordelt med $\mu = 83\text{m}$ og $\sigma = 3,0\text{m}$.

- a) Bestem sannsynet for at bremselengda ved ei tilfeldig vald måling er lengre enn 87 meter.
- b) Bestem k slik at $P(X < k) = 0,9$. Gi ei praktisk tolking av svaret.
- c) Bestem sannsynet for at gjennomsnittet av 15 målingar er mindre enn 84 meter.

Nokon meiner at bremselengda er lengre enn 83 meter. Dei ville derfor gjennomføre ein test under dei same bestemte forholda, for å sjekke om det er hald i påstanden til dekkprodusenten.

Det blei gjennomført 15 målingar. Resultatet av målingane (i meter) er gitt i tabellen nedanfor.

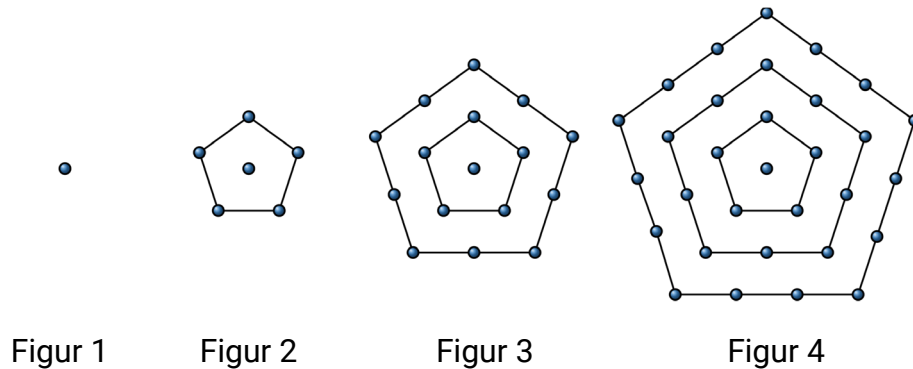
86,4	85,5	82,9	81,9	84,0
86,4	82,3	85,9	77,7	83,0
86,9	88,3	86,2	80,5	84,8

- d) Gjennomfør ein hypotesetest med eit signifikansnivå på 5 prosent til å avgjere om det er hald i mistanken.

Oppgave 4

Kvar figur nedanfor består av kuler plasserte på pentagonar. Talet på kuler på kvar av ytterkantane aukar med éin samanlikna med talet på kuler på ytterkanten i figuren før. La P_n vere talet på kuler i figur n .

Dei fem første figurtala er 1, 6, 16, 31 og 51.



- Beskriv ein rekursiv samanheng mellom P_n og P_{n-1} .
- Lag eit program som reknar ut P_{100} ved å bruke den rekursive samanhengen du fann i oppgave a).

Oppgave 5

Høgda X til ei tilfeldig vald jente på 24 måneder er tilnærma normalfordelt med forventningsverdi $E(X) = 87$ cm og standardavvik $SD(X) = 3,3$ cm.

Høgda Y til ein tilfeldig vald gut på 24 måneder er tilnærma normalfordelt med forventningsverdi $E(Y) = 88$ cm og standardavvik $SD(Y) = 3,1$ cm.

Lag eit program som du kan bruke til å anslå sannsynet for at høgda til eit tilfeldig valt barn på 24 måneder er mindre enn 84 cm. Gå ut ifrå at det er like mange jenter som gutar i populasjonen.

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!