

Eksamen

20.11.2025

REA3060 Matematikk S1



Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel blir delte ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 2 timar. Etter 2 timar kan du bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Du kan bruke vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Du kan bruke alle hjelpemiddel, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. Du kan ikkje bruke kunstig intelligens til å generere innhald i svaret ditt
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 6 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du • viser rekneferdigheiter og matematisk forståing • gjennomfører logiske resonnement • ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar • kan bruke formålstenlege hjelpemiddel • forklarar framgangsmåtar og grunngir svar • skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar • vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar og grafiske framstillingar: https://pixabay.com/ Utdanningsdirektoratet.

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (5 poeng)

a) Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \sqrt{x} + 2$$

Funksjon g gitt ved

$$g(x) = \frac{2x-3}{e^x}$$

er kontinuerleg og deriverbar for alle $x \in \mathbb{R}$.

b) Bestem $g'(2)$ og $g'(3)$.

c) Kva fortel svara i oppgave b) om grafen til g når $x \in [2, 3]$?

Oppgave 2 (3 poeng)

a) Løys likninga

$$(\lg x)^2 - 2\lg x = 8$$

b) Bestem a slik at

$$\log_a \frac{1}{64} = -3$$

Oppgave 3 (3 poeng)

a) Bestem grenseverdien dersom han eksisterer:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4x + 2}{x^2 - 2x - 8}$$

b)

1) Bestem a slik at grenseverdien eksisterer:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + ax + 2}{x^2 - 2x - 8}$$

2) Bestem grenseverdien for denne verdien av a .

Oppgave 4 (3 poeng)

Eit passord skal bestå av tre teikn og lagast av siffera 1–9 og bokstavane A–F.

Det første teiknet skal vere ein bokstav, og dei to neste teikna skal vere to ulike siffer.

a) Kor mange ulike passord er det mogleg å lage med desse vilkåra?

Eit anna passord skal også bestå av tre teikn.

- Kvart teikn skal vere eit av siffera 1, 2, 3, 4 eller ein av bokstavane A, B, C.
- Både siffera og bokstavane kan førekomme fleire gonger.
- Passordet må innehalde minst éin bokstav og minst eitt siffer.

b) Kor mange ulike passord er det mogleg å lage med desse vilkåra?

Oppgave 5 (2 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 4x^2 \cdot \ln x$$

Bestem koordinatane til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f .

Oppgave 6 (5 poeng)

Einar er fotballspelar og har skrive programmet nedanfor.

```
1  from random import choice
2  #choice returnerer ein tilfeldig verdi frå ei liste
3
4  alternativ = ["bom", "bom","bom", "treff", "treff"]
5  #liste med alternativ
6
7  skotserie = 3
8  ant_treff = 0
9
10 for i in range(skotserie):
11     skot = choice(alternativ)
12     if skot == "treff":
13         ant_treff = ant_treff + 1
14
15 print(ant_treff/skotserie)
```

- a) Kva moglege verdier kan programmet skrive ut?
- b) Bestem sannsynet for at programmet skriv ut 1,0.

Når Einar tek eit straffespark, er sannsynet for at han scorar mål, 30 %.

- c) Kva er det minste antalet straffespark Einar må ta for at sannsynet for at han scorar minst eitt mål, skal vere 50 % eller meir?

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (6 poeng)

Tabellen nedanfor viser folketalet i ei bygd, nokre år i perioden 1910–1935.

År	1910	1913	1919	1921	1925	1927	1931	1935
Folketal	800	963	1253	1511	1720	1879	2387	2774

- a) Bruk informasjonen til å lage ein modell F på forma

$$F(t) = a \cdot b^t$$

for antal personar $F(t)$ som budde i bygda t år etter 1910.

Vurder gyldigheitsområdet til modellen.

- b) Når auka befolkninga med meir enn 80 personar per år ifølgje modellen?
- c) Kor mange år gjekk det før den gjennomsnittlege befolkningsveksten frå 1910 var større enn 80 personar per år ifølgje modellen?

Oppgave 2 (4 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} 2x-2 & x \leq -2 \\ 2x^3 + 2x^2 - 4x & -2 < x < k \\ 4 & x \geq k \end{cases} \quad \text{der } k \in \langle -2, \rightarrow \rangle$$

- a) Avgjør om f er kontinuert når $x = -2$.
- b) Bestem k slik at f er kontinuert når $x = k$.

Oppgave 3 (6 poeng)

Sander, Henny og Kari har kvar sin pose med drops. I alle posane er det 3 grønne, 8 gule og 7 raude drops.

Sander tek 2 tilfeldige drops frå posen sin.

- a) Bestem sannsynet for at han tek 2 gule drops.

Henny tek 3 tilfeldige drops frå posen sin.

- b) Bestem sannsynet for at ho tek eit drops av kvar farge.

Sander og Henny legg tilbake dropsa dei tok i oppgave a og b.
Alle tre tek så eit drops frå kvar sin pose.

- c) Bestem sannsynet for at alle får same farge på dropset dei tek.

Oppgave 4 (4 poeng)

Ei elevbedrift produserer og sel eit produkt. Kostnaden $K(x)$ kroner ved produksjon og sal er gitt ved

$$K(x) = 0,02x^2 + 60x + 12000.$$

Elevbedrifta sel produktet for 100 kroner per eining.

a) Kor stort er det største overskotet elevbedrifta kan få?

Elevbedrifta klarer å forhandle ned dei faste kostnadene til 8000 kroner. Dei produserer og sel no 1000 einingar.

b) Kva er den lågaste prisen elevbedrifta kan selje produktet for, dersom dei skal unngå å gå med underskot?

Oppgave 5 (4 poeng)

Bebuarane i eit bustadområde klagar på lukt frå eit biogassanlegg. Kommunen tek luftprøver og vurderer vêrdata som vind og temperatur.

Prøvene blir analyserte, og kvar prøve blir gitt ein luktverdi C . Denne luktverdien er gitt i lukteiningar (odour units) per kubikkmeter (OU / m^3).

Samanhengen mellom C og luktintensiteten I er gitt ved

$$I = 1,4 \cdot \lg(C) - 0,3$$

Biogassanlegget er pålagt å forhalde seg til tabellen nedanfor.

Luktintensitet (I)	Vurdering
<1	uproblematisk
1–2	akseptabelt
2–3	kan aksepterst kortvarig
3–4	plagsam lukt, bør avgrensast
>4	plagsamt, tiltak krevst

Resultatet av prøvene viser luktverdiar mellom $500 OU / m^3$ og $1400 OU / m^3$.

a) Har bebruarane grunnlag for å klage?

Biogassanlegget tek klagane på alvor og ønskjer å redusere luktplagene.

b) Kva luktverdi må nye prøver vise for at luktintensiteten skal bli akseptabel?

Oppgave 6 (4 poeng)

Ola spiller eit spel med mange vanlege terningar. Spelet går over fleire rundar.



For å kaste terningar og spele bruker Ola programmet nedanfor.

```
1  from random import randint
2  #randint(a,b) gir tilfeldig heiltal frå og med a til og med b
3
4  rundar = 0
5  terningar = 100
6  while terningar > 0:
7      for i in range(terningar):
8          if randint(1,6) == 6:
9              terningar = terningar + 3
10         else:
11             terningar = terningar - 1
12         rundar = rundar + 1
13
14  print(rundar)
```

a) Kva er reglane for spelet?

Ola spiller mange gonger.

b) Bestem det gjennomsnittlege antalet rundar spelet vil vare.

Bokmål

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler blir delt ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan du bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Du kan bruke vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Du kan bruke alle hjelpemidler, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. Du kan ikke bruke kunstig intelligens til å generere innhold i svaret ditt.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger og grafiske framstillinger: https://pixabay.com/ Utdanningsdirektoratet.

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

a) Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \sqrt{x} + 2$$

Funksjon g gitt ved

$$g(x) = \frac{2x-3}{e^x}$$

er kontinuerlig og deriverbar for alle $x \in \mathbb{R}$.

b) Bestem $g'(2)$ og $g'(3)$.

c) Hva forteller svarene i oppgave b om grafen til g når $x \in [2, 3]$?

Oppgave 2 (3 poeng)

a) Løs likningen

$$(\lg x)^2 - 2\lg x = 8$$

b) Bestem a slik at

$$\log_a \frac{1}{64} = -3$$

Oppgave 3 (3 poeng)

a) Bestem grenseverdien dersom den eksisterer:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4x + 2}{x^2 - 2x - 8}$$

b)

1) Bestem a slik at grenseverdien eksisterer:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + ax + 2}{x^2 - 2x - 8}$$

2) Bestem grenseverdien for denne verdien av a .

Oppgave 4 (3 poeng)

Et passord skal bestå av tre tegn og lages av sifrene 1–9 og bokstavene A–F.

Det første tegnet skal være en bokstav, og de to neste tegnene skal være to ulike siffer.

a) Hvor mange ulike passord er det mulig å lage med disse betingelsene?

Et annet passord skal også bestå av tre tegn.

- Hvert tegn skal være et av sifrene 1, 2, 3, 4 eller en av bokstavene A, B, C.
- Både sifrene og bokstavene kan forekomme flere ganger.
- Passordet må inneholde minst én bokstav og minst ett siffer.

b) Hvor mange ulike passord er det mulig å lage med disse betingelsene?

Oppgave 5 (2 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 4x^2 \cdot \ln x$$

Bestem koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .

Oppgave 6 (5 poeng)

Einar er fotballspiller og har skrevet programmet nedenfor.

```
1  from random import choice
2  #choice returnerer en tilfeldig verdi fra en liste
3
4  alternativer = ["bom", "bom", "bom", "treff", "treff"]
5  #liste med alternativer
6
7  skuddserie = 3
8  antall_treff = 0
9
10 for i in range(skuddserie):
11     skudd = choice(alternativer)
12     if skudd == "treff":
13         antall_treff = antall_treff + 1
14
15 print(antall_treff/skuddserie)
```

- a) Hvilke mulige verdier kan programmet skrive ut?
- b) Bestem sannsynligheten for at programmet skriver ut 1,0.

Når Einar tar et straffespark, er sannsynligheten for at han scorer mål, 30 %.

- c) Hva er det minste antallet straffespark Einar må ta for at sannsynligheten for at han scorer minst ett mål, skal være 50 % eller mer?

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Tabellen nedenfor viser folketallet i en bygd, noen år i perioden 1910–1935.

År	1910	1913	1919	1921	1925	1927	1931	1935
Folketall	800	963	1253	1511	1720	1879	2387	2774

- a) Bruk informasjonen til å lage en modell F på formen

$$F(t) = a \cdot b^t$$

for antall personer $F(t)$ som bodde i bygda t år etter 1910.

Vurder modellens gyldighetsområde.

- b) Når økte befolkningen med mer enn 80 personer per år ifølge modellen?
- c) Hvor mange år gikk det før den gjennomsnittlige befolkningsveksten fra 1910 var større enn 80 personer per år ifølge modellen?

Oppgave 2 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} 2x-2 & x \leq -2 \\ 2x^3 + 2x^2 - 4x & -2 < x < k \\ 4 & x \geq k \end{cases} \quad \text{der } k \in \langle -2, \rightarrow \rangle$$

- a) Avgjør om f er kontinuert når $x = -2$.
- b) Bestem k slik at f er kontinuert når $x = k$.

Oppgave 3 (6 poeng)

Sander, Henny og Kari har hver sin pose med drops. I alle posene er det 3 grønne, 8 gule og 7 røde drops.

Sander tar 2 tilfeldige drops fra sin pose.

- a) Bestem sannsynligheten for at han tar 2 gule drops.

Henny tar 3 tilfeldige drops fra sin pose.

- b) Bestem sannsynligheten for at hun tar et drops av hver farge.

Sander og Henny legger tilbake dropsene de tok i oppgave a og b. Alle tre tar så et drops fra hver sin pose.

- c) Bestem sannsynligheten for at alle får samme farge på dropset de tar.

Oppgave 4 (4 poeng)

En elevbedrift produserer og selger et produkt. Kostnaden $K(x)$ kroner ved produksjon og salg er gitt ved

$$K(x) = 0,02x^2 + 60x + 12000.$$

Elevbedriften selger produktet for 100 kroner per enhet.

a) Hvor stort er det største overskuddet elevbedriften kan få?

Elevbedriften klarer å forhandle ned de faste kostnadene til 8000 kroner. De produserer og selger nå 1000 enheter.

b) Hva er den laveste prisen elevbedriften kan selge produktet for, dersom de skal unngå å gå med underskudd?

Oppgave 5 (4 poeng)

Beboerne i et boligområde klager på lukt fra et biogassanlegg. Kommunen tar luftprøver og vurderer værdata som vind og temperatur.

Prøvene analyseres, og hver prøve gis en luktverdi C . Denne luktverdien er gitt i luktenheter (odour units) per kubikkmeter (OU / m^3).

Sammenhengen mellom C og luktintensiteten I er gitt ved

$$I = 1,4 \cdot \lg(C) - 0,3$$

Biogassanlegget er pålagt å forholde seg til tabellen nedenfor.

Luktintensitet (I)	Vurdering
<1	uproblematisk
1–2	akseptabelt
2–3	kan aksepteres kortvarig
3–4	plagsom lukt, bør begrenses
>4	plagsomt, tiltak kreves

Resultatet av prøvene viser luktverdier mellom $500 \text{ } OU / m^3$ og $1400 \text{ } OU / m^3$.

a) Har beboerne grunnlag for å klage?

Biogassanlegget tar klagene på alvor og ønsker å redusere luktplagene.

b) Hvilken luktverdi må nye prøver vise for at luktintensiteten skal bli akseptabel?

Oppgave 6 (4 poeng)

Ola spiller et spill med mange vanlige terninger. Spillet går over flere runder.



For å kaste terninger og spille bruker Ola programmet nedenfor.

```
1  from random import randint
2  #randint(a,b) gir tilfeldig heltall fra og med a til og med b
3
4  runder = 0
5  terninger = 100
6  while terninger > 0:
7      for i in range(terninger):
8          if randint(1,6) == 6:
9              terninger = terninger + 3
10         else:
11             terninger = terninger - 1
12         runder = runder + 1
13
14  print(runder)
```

a) Hva er reglene for spillet?

Ola spiller mange ganger.

b) Bestem det gjennomsnittlige antallet runder spillet vil vare.

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgåva:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgaven:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!