

13.05.2026

Eksamen

REA3058 Matematikk R2

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamenen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel blir delte ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 3 timar. Etter 3 timar kan du bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Hjelpemiddel	Del 1 Du kan bruke skrivesaker og linjal. Del 2 Du kan bruke alle hjelpemiddel, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. Du har ikkje lov til å bruke kunstig intelligens som hjelpemiddel under eksamen.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 8 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensorane vurderer i kva grad du • kan bruke formålstenlege omgrep og strategiar til å utforske og løyse matematiske problem • kan kommunisere eigne løysingar og resonnement gjennom bruk av formålstenlege representasjonar • kan lage, nytte, tolke og kritisk vurdere matematiske modellar • kan vurdere, resonnere og argumentere for eigne og andre sine framgangsmåtar og løysingar • kan gjere greie for mønster og samanhengar og nytte dette i berekningar og resonnement
Kjelder	Sjå kjeldeliste til slutt.

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (4 poeng)

Bestem integrala

a) $\int_0^2 (e^{2x} + x) dx$

b) $\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$

Oppgave 2 (4 poeng)

Du får vite dette om ein funksjon f

- Funksjonen er definert for $x > 0$
- $f'(x) = \frac{2}{x^2}$
- Grafen til f går gjennom punktet $(2, 2)$

a) Bestem $f(x)$.

To andre funksjonar, g og h , er gitt ved $g(x) = x$ og $h(x) = -\frac{3}{x} + 4$ for $x > 0$.

b) Finn arealet av området som er avgrensa av grafane til g og h .

Oppgåve 3 (4 poeng)

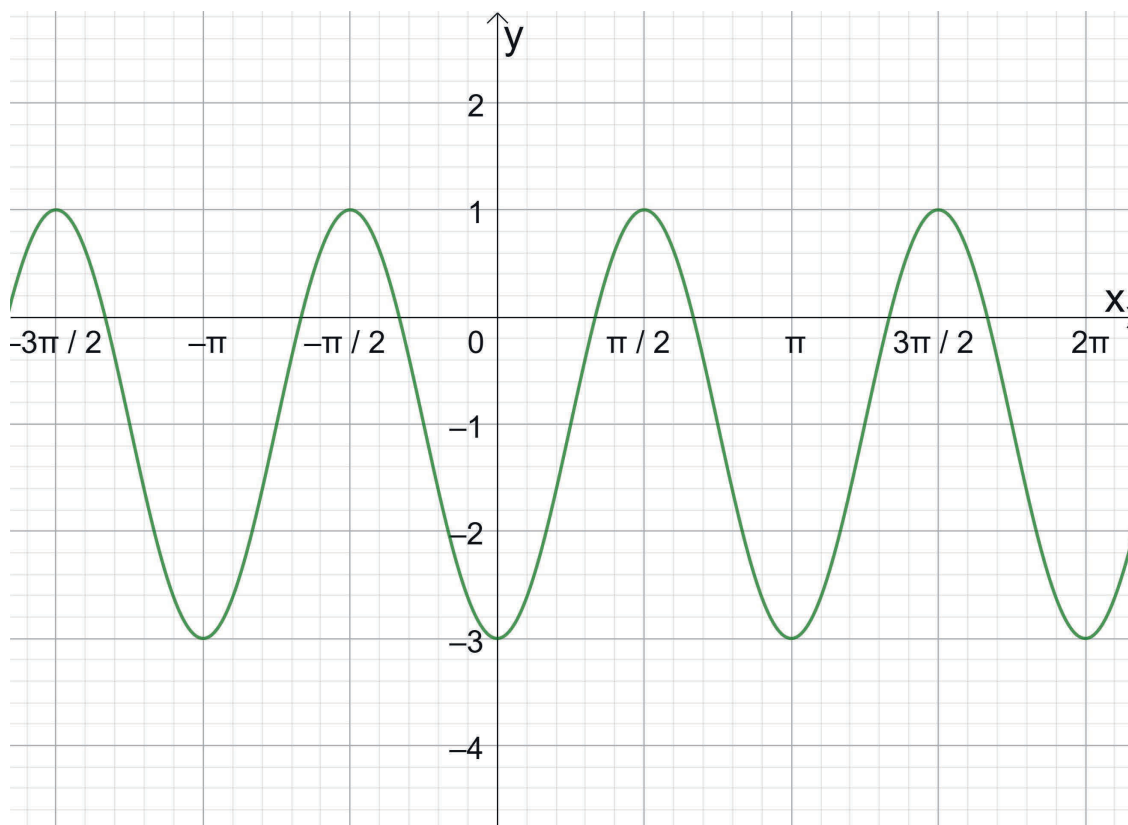
a) Bestem $\sin v$ og $\tan v$ når $\cos v = \frac{2}{3}$ og v er ein vinkel i 4. kvadrant.

b) L ys likninga

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) = \sqrt{3}, \quad x \in \langle 0, 10 \rangle$$

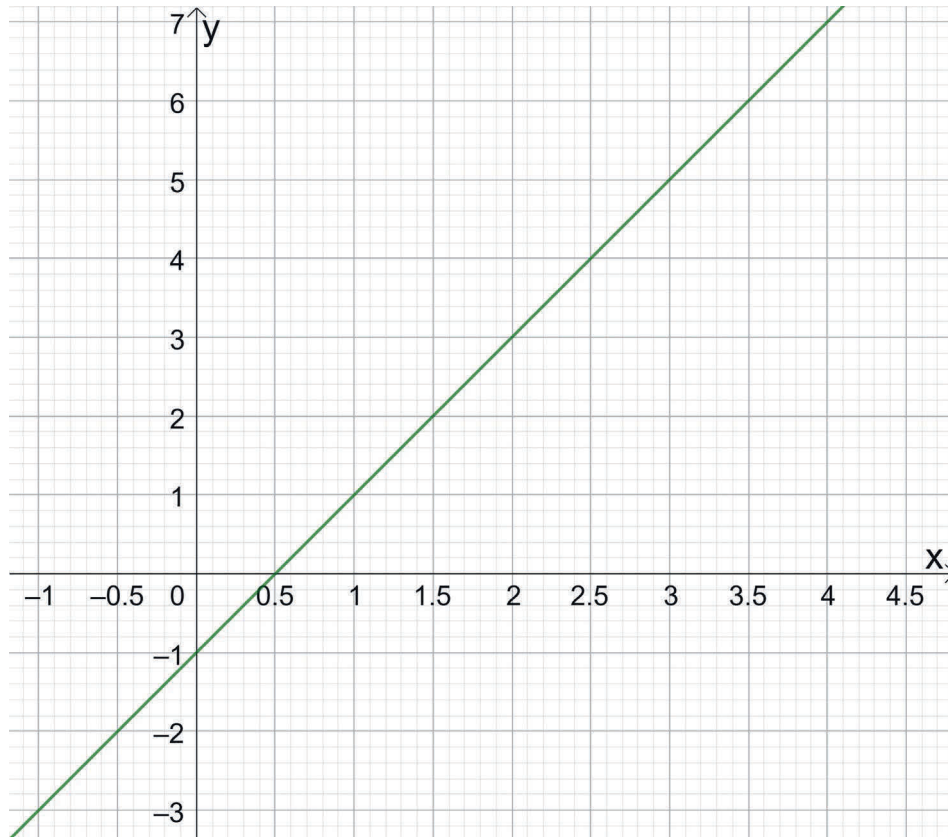
Oppgåve 4 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedanfor ser du grafen til ein funksjon f .



Bestem eit mogleg funksjonsuttrykk $f(x)$.

Oppgave 5 (2 poeng)



I koordinatsystemet ovanfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 2x - 1$$

Ein omdreiingslekam kjem fram ved at grafen til f frå $x = 1$ til $x = 3$, blir dreidd 360° rundt førsteaksen.

Rekn ut volumet til omdreiingslekamen.

Oppgave 6 (4 poeng)

I eit kunstprosjekt skal Selma byggje eit stort tårn ved å leggje kvadratiske treplater oppå kvarandre. Ho startar med ei treplate med sidelengd 5 m.

Når ho byggjer vidare, skal sidelengda til kvar ny treplate vere 0,1 m kortare enn sidelengda til treplata under.

- a) Set opp ei aritmetisk rekkje som viser summen av sidelengdene til treplatene i tårnet. Kor mange treplater kan det maksimalt bli i tårnet til Selma?

Vilfred skal byggje eit anna stort tårn ved å leggje kvadratiske treplater oppå kvarandre. Han startar med ei treplate som har areal 19 m^2 .

Når han byggjer vidare, skal sidelengda til kvar ny treplate vere 10 % kortare enn sidelengda til treplata under.

- b) Kor stort kan det samla arealet av platene bli i tårnet til Vilfred?

Oppgave 7 (7 poeng)

Eit plan α er gitt ved likninga

$$2x - 5y + 4z = -4$$

Punkta $A(1, 2, 1)$, $B(2, 0, -2)$ og $C(-1, 2, 2)$ ligg i planet.

- a) Avgjer om punktet $D(3, 1, -1)$ ligg i planet α .
- b) Bruk kryssprodukt til å vise at $[2, -5, 4]$ er ein normalvektor til planet.

Ei kule tangerer planet α i eit punkt P .

Kuleflata er gitt ved likninga

$$x^2 + y^2 + z^2 - 18y + 2z + k = 0$$

- c) Vis at punktet $(0, 9, -1)$ er sentrum i kula.
- d) Bestem ei parameterframstilling for linja som går gjennom sentrum i kula og punktet P .
- e) Bestem konstanten k i likninga for kuleflata.

Oppgave 8 (3 poeng)

Påstand

Dersom to vektorar $\vec{p}$ og $\vec{q}$ er ortogonale, er $|\vec{p} + \vec{q}|^2 = |\vec{p}|^2 + |\vec{q}|^2$

Ein elev prøver å bevise påstanden ovanfor.

Eleven sitt bevis

$$\vec{p} = [4, 0, 0]$$

$$\vec{q} = [0, 0, 3]$$

Då er

$$|\vec{p} + \vec{q}|^2 = |[4, 0, 3]|^2 = 4^2 + 0^2 + 3^2 = 25$$

og

$$|\vec{p}|^2 + |\vec{q}|^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

Altså er påstanden rett.

- a) Forklar kvifor dette ikkje er eit gyldig matematisk bevis for påstanden.
- b) Bevis påstanden ved hjelp av vektorrekning.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (6 poeng)

Selskapet IntCom er ein internettleverandør. Selskapet sørgjer for overføring av data mellom kundane og internett. Datatrafikken varierer gjennom døgnet.

Tabellen nedanfor viser datatrafikken (gigabit per time) eit døgn i mai.

Tidspunkt (klokkeslett)	00:00	02:00	06:00	08:00	12:00	16:00	20:00	22:00
Datatrafikk (gigabit per time)	58 280	39 400	22 550	32 200	67 450	86 110	102 007	87 810

- a) Lag ein god modell for datatrafikken $S(t)$ gigabit per time, t timar etter midnatt dette døgnet.

Vidare i oppgåva skal du bruke modellen

$$D(t) = 63\,000 + 37\,000 \cdot \sin(0,24t - 3,0)$$

for datatrafikken $D(t)$, t timar etter midnatt dette døgnet.

- b) Når var datatrafikken ut frå selskapet meir enn 90 000 gigabit per time ifølgje modellen?
- c) Når auka datatrafikken raskast, og kor stor var denne auken ifølgje modellen?
- d) Kor stor del av den totale datamengda som IntCom overførte dette døgnet, blei overført i løpet av arbeidsdagen, det vil seie mellom klokka 8 og klokka 16, ifølgje modellen?

Oppgåve 2 (4 poeng)

Ei uendeleg rekkje er gitt ved den rekursive samanhengen

$$a_n = (a_{n-1} - 1)^2$$

- a) Lag eit program som skriv ut dei 6 første ledda i rekkja dersom $a_1 = 5$.
- b) Avgjer om det finst eit heiltal a_1 som gjer at rekkja blir konvergent.

Oppgave 3 (6 poeng)

Banefart er
lengda av
fartsvektoren.

Eit lite propellfly må nødlande på ein motorveg. Posisjonen $\vec{r}(t)$ til flyet t sekund etter at nødlandinga har starta, er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[30t - t^2, 8 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right), 50\left(1 - \frac{t}{10}\right)^2 \right]$$

Motorvegen ligg i xy -planet.

Einingane langs aksane er meter.

- a) Kor høgt over motorvegen er flyet 4 sekund etter at nødlandinga har starta?
- b) Bestem banefarten idet flyet landar på motorvegen.
- c) Ved kva for eit tidspunkt under nødlandinga er banefarten 14,3 m/s?

Ein fugl er i posisjonen (131, 67, 23) idet flyet startar nødlandinga. Fuglen flyg i ei rett linje og kryssar bana til flyet i punktet $(125, 8, \frac{25}{2})$.

Fuglen held ein jamn banefart på 12 m/s.

- d) Vil fuglen treffe flyet?

Oppgåve 4 (3 poeng)

Du får i oppdrag   lage ein vase med form som på biletet nedanfor. Vasen skal romme omtrent 1,5 L vatn og ha høgd 20 cm.

Bruk det du kan om omdreiingslekamar og trigonometri, til   lage ein funksjon på forma

$$f(x) = A \cdot \sin(cx + \varphi) + d$$

som ved omdreiing gir ein vase med denne forma.

Teikn grafen til funksjonen i eit koordinatsystem der einingane langs aksen er centimeter.

Hugs   grunngi valet ditt av parameterane A , c , φ og d , og la funksjonsuttrykket komme tydeleg fram i svaret ditt.

Kilder

Del 2

Oppgave 3

Bilde av Ben_Kerckx, fra Pixabay (<https://pixabay.com/photos/plane-model-airplane-fly-air-709023/>).

Oppgave 4

Bilde av tphananh, fra Pixabay (<https://pixabay.com/photos/tulips-red-flowers-flower-vase-6995691/>).

Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Blank side

Blank side

Blank side

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!