Utdannings-
direktoratet

Eksamen

13.05.2026

REA3058 Matematikk R2

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamenen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel blir delte ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 3 timar. Etter 3 timar kan du bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Hjelpemiddel	**Del 1** Du kan bruke skrivesaker og linjal. **Del 2** Du kan bruke alle hjelpemiddel, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. Du har ikkje lov til å bruke kunstig intelligens som hjelpemiddel under eksamen.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 8 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensorane vurderer i kva grad du • kan bruke formålstenlege omgrep og strategiar til å utforske og løyse matematiske problem • kan kommunisere eigne løysingar og resonnement gjennom bruk av formålstenlege representasjonar • kan lage, nytte, tolke og kritisk vurdere matematiske modellar • kan vurdere, resonnere og argumentere for eigne og andre sine framgangsmåtar og løysingar • kan gjere greie for mønster og samanhengar og nytte dette i berekningar og resonnement
Kjelder	Sjå kjeldeliste til slutt.

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (4 poeng)

Bestem integrala

a) $\int_0^2 \left(e^{2x} + x\right)\, dx$

b) $\int \dfrac{\sin(\ln x)}{x}\, dx$

Oppgåve 2 (4 poeng)

Du får vite dette om ein funksjon f

- Funksjonen er definert for $x > 0$
- $f'(x) = \dfrac{2}{x^2}$
- Grafen til f går gjennom punktet $(2, 2)$

a) Bestem $f(x)$.

To andre funksjonar, g og h, er gitt ved $g(x) = x$ og $h(x) = -\dfrac{3}{x} + 4$ for $x > 0$.

b) Finn arealet av området som er avgrensa av grafane til g og h.

Oppgåve 3 (4 poeng)

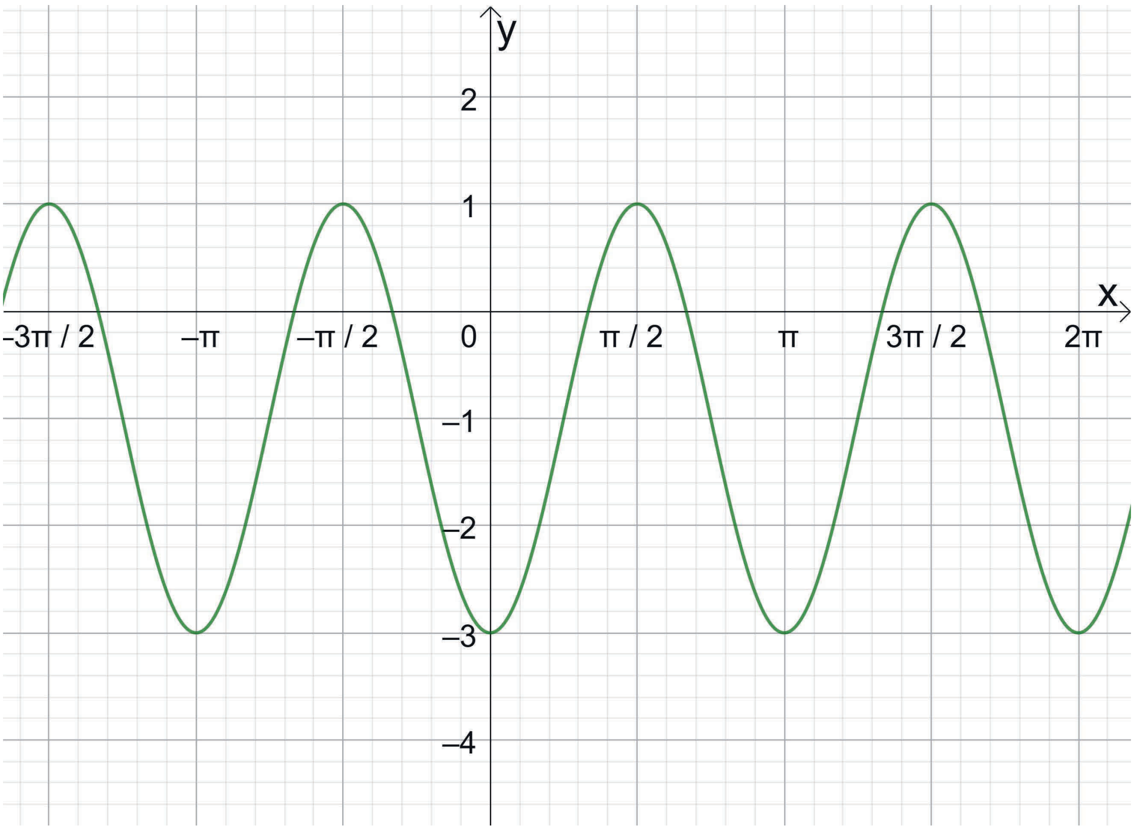
a) Bestem $\sin v$ og $\tan v$ når $\cos v = \dfrac{2}{3}$ og v er ein vinkel i 4. kvadrant.

b) Løys likninga

$$2\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) = \sqrt{3}\,, \qquad x \in \langle 0,10 \rangle$$

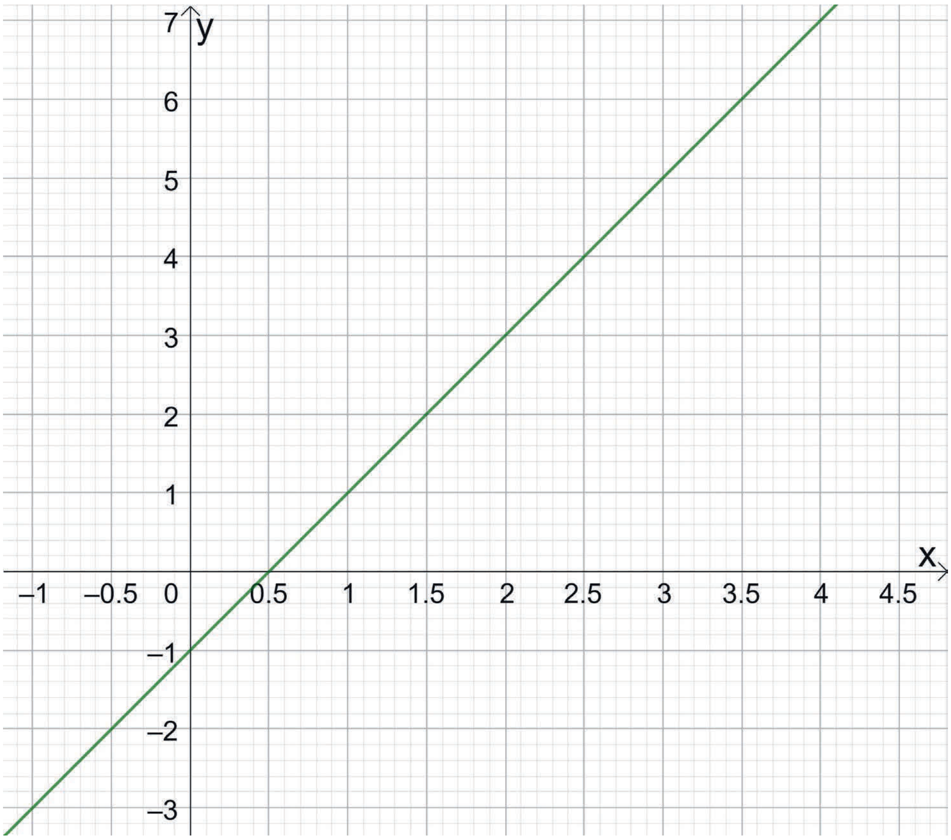
Oppgåve 4 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedanfor ser du grafen til ein funksjon f.



Bestem eit mogleg funksjonsuttrykk $f(x)$.

Oppgåve 5 **(2 poeng)**



I koordinatsystemet ovanfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 2x - 1$$

Ein omdreiingslekam kjem fram ved at grafen til f frå $x = 1$ til $x = 3$, blir dreidd 360° rundt førsteaksen.

Rekn ut volumet til omdreiingslekamen.

Oppgåve 6 **(4 poeng)**

I eit kunstprosjekt skal Selma byggje eit stort tårn ved å leggje kvadratiske treplater oppå kvarandre. Ho startar med ei treplate med sidelengd 5 m.

Når ho byggjer vidare, skal sidelengda til kvar ny treplate vere 0,1 m kortare enn sidelengda til treplata under.

a) Set opp ei aritmetisk rekkje som viser summen av sidelengdene til treplatene i tårnet. Kor mange treplater kan det maksimalt bli i tårnet til Selma?

Vilfred skal byggje eit anna stort tårn ved å leggje kvadratiske treplater oppå kvarandre. Han startar med ei treplate som har areal 19 m^2.

Når han byggjer vidare, skal sidelengda til kvar ny treplate vere 10 % kortare enn sidelengda til treplata under.

b) Kor stort kan det samla arealet av platene bli i tårnet til Vilfred?

Oppgåve 7 (7 poeng)

Eit plan α er gitt ved likninga

$$2x - 5y + 4z = -4$$

Punkta $A(1,\ 2,\ 1)$, $B(2,\ 0, -2)$ og $C(-1,\ 2,\ 2)$ ligg i planet.

a) Avgjer om punktet $D(3,\ 1, -1)$ ligg i planet α.

b) Bruk kryssprodukt til å vise at $[2, -5,\ 4]$ er ein normalvektor til planet.

Ei kule tangerer planet α i eit punkt P.

Kuleflata er gitt ved likninga

$$x^2 + y^2 + z^2 - 18y + 2z + k = 0$$

c) Vis at punktet $(0,\ 9, -1)$ er sentrum i kula.

d) Bestem ei parameterframstilling for linja som går gjennom sentrum i kula og punktet P.

e) Bestem konstanten k i likninga for kuleflata.

Oppgåve 8 **(3 poeng)**

Påstand

Dersom to vektorar $\vec{p}$ og $\vec{q}$ er ortogonale, er $\left|\vec{p}+\vec{q}\right|^2 = \left|\vec{p}\right|^2 + \left|\vec{q}\right|^2$

Ein elev prøver å bevise påstanden ovanfor.

Eleven sitt bevis

$\vec{p} = [4, 0, 0]$

$\vec{q} = [0, 0, 3]$

Då er

$$\left|\vec{p}+\vec{q}\right|^2 = \left|[4, 0, 3]\right|^2 = 4^2 + 0^2 + 3^2 = 25$$

og

$$\left|\vec{p}\right|^2 + \left|\vec{q}\right|^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

Altså er påstanden rett.

a) Forklar kvifor dette ikkje er eit gyldig matematisk bevis for påstanden.

b) Bevis påstanden ved hjelp av vektorrekning.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (6 poeng)

Selskapet IntCom er ein internettleverandør. Selskapet sørgjer for overføring av data mellom kundane og internett. Datatrafikken varierer gjennom døgnet.
Tabellen nedanfor viser datatrafikken (gigabit per time) eit døgn i mai.

Tidspunkt (klokkeslett)	00:00	02:00	06:00	08:00	12:00	16:00	20:00	22:00
Datatrafikk (gigabit per time)	58 280	39 400	22 550	32 200	67 450	86 110	102 007	87 810

a) Lag ein god modell for datatrafikken $S(t)$ gigabit per time, t timar etter midnatt dette døgnet.

Vidare i oppgåva skal du bruke modellen

$$D(t) = 63\ 000 + 37\ 000 \cdot \sin(0{,}24t - 3{,}0)$$

for datatrafikken $D(t)$, t timar etter midnatt dette døgnet.

b) Når var datatrafikken ut frå selskapet meir enn 90 000 gigabit per time ifølgje modellen?

c) Når auka datatrafikken raskast, og kor stor var denne auken ifølgje modellen?

d) Kor stor del av den totale datamengda som IntCom overførte dette døgnet, blei overført i løpet av arbeidsdagen, det vil seie mellom klokka 8 og klokka 16, ifølgje modellen?

Oppgåve 2 (4 poeng)

Ei uendeleg rekkje er gitt ved den rekursive samanhengen

$$a_n = (a_{n-1} - 1)^2$$

a) Lag eit program som skriv ut dei 6 første ledda i rekkja dersom $a_1 = 5$.

b) Avgjer om det finst eit heiltal a_1 som gjer at rekkja blir konvergent.

Oppgåve 3 (6 poeng)

Banefart er lengda av fartsvektoren.

Eit lite propellfly må nødlande på ein motorveg. Posisjonen $\vec{r}(t)$ til flyet t sekund etter at nødlandinga har starta, er gitt ved

$$\vec{r}(t)=\left[30t-t^2,\;\; 8\sin\left(\frac{\pi}{10}t\right),\;\; 50\left(1-\frac{t}{10}\right)^2\right]$$

Motorvegen ligg i xy-planet.
Einingane langs aksane er meter.

a) Kor høgt over motorvegen er flyet 4 sekund etter at nødlandinga har starta?

b) Bestem banefarten idet flyet landar på motorvegen.

c) Ved kva for eit tidspunkt under nødlandinga er banefarten 14,3 m/s?

Ein fugl er i posisjonen $(131,\ 67,\ 23)$ idet flyet startar nødlandinga. Fuglen flyg i ei rett linje og kryssar bana til flyet i punktet $(125,\ 8,\ \frac{25}{2})$.

Fuglen held ein jamn banefart på 12 m/s.

d) Vil fuglen treffe flyet?

Oppgåve 4 (3 poeng)

Du får i oppdrag å lage ein vase med form som på biletet nedanfor.
Vasen skal romme omtrent 1,5 L vatn og ha høgd 20 cm.

Bruk det du kan om omdreiingslekamar og trigonometri, til å lage ein funksjon på forma

$$f(x) = A \cdot \sin(cx + \varphi) + d$$

som ved omdreiing gir ein vase med denne forma.

Teikn grafen til funksjonen i eit koordinatsystem der einingane langs aksen er centimeter.

Hugs å grunngi valet ditt av parameterane A, c, φ og d, og la funksjonsuttrykket komme tydeleg fram i svaret ditt.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamenen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler blir delt ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 3 timer. Etter 3 timer kan du bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Hjelpemidler	**Del 1** Du kan bruke skrivesaker og linjal. **Del 2** Du kan bruke alle hjelpemidler, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. Du har ikke lov til å bruke kunstig intelligens som hjelpemiddel under eksamen.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 8 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensorene vurderer i hvilken grad du • kan bruke hensiktsmessige begreper og strategier til å utforske og løse matematiske problemer • kan kommunisere egne løsninger og resonnementer gjennom bruk av hensiktsmessige representasjoner • kan lage, anvende, tolke og kritisk vurdere matematiske modeller • kan vurdere, resonnere og argumentere for egne og andres framgangsmåter og løsninger • kan gjøre rede for mønstre og sammenhenger og anvende dette i beregninger og resonnementer
Kilder	Se kildeliste til slutt.

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Bestem integralene

a) $\int_0^2 \left(e^{2x} + x\right)\,dx$

b) $\int \frac{\sin(\ln x)}{x}\,dx$

Oppgave 2 (4 poeng)

Du får vite dette om en funksjon f

- Funksjonen er definert for $x > 0$
- $f'(x) = \frac{2}{x^2}$
- Grafen til f går gjennom punktet $(2, 2)$

a) Bestem $f(x)$.

To andre funksjoner, g og h, er gitt ved $g(x) = x$ og $h(x) = -\frac{3}{x} + 4$ for $x > 0$.

b) Finn arealet av området som er avgrenset av grafene til g og h.

Oppgave 3 (4 poeng)

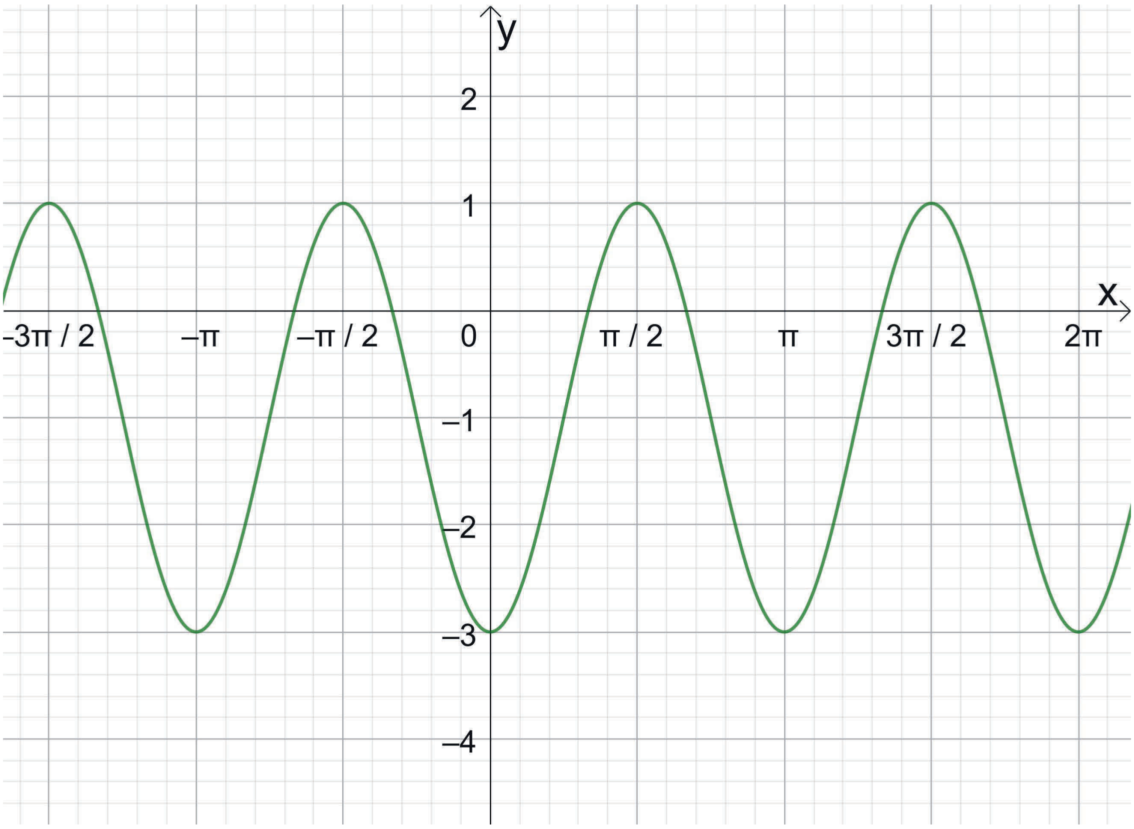
a) Bestem $\sin v$ og $\tan v$ når $\cos v = \dfrac{2}{3}$ og v er en vinkel i 4. kvadrant.

b) Løs likningen

$$2\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) = \sqrt{3}, \qquad x \in \langle 0,10 \rangle$$

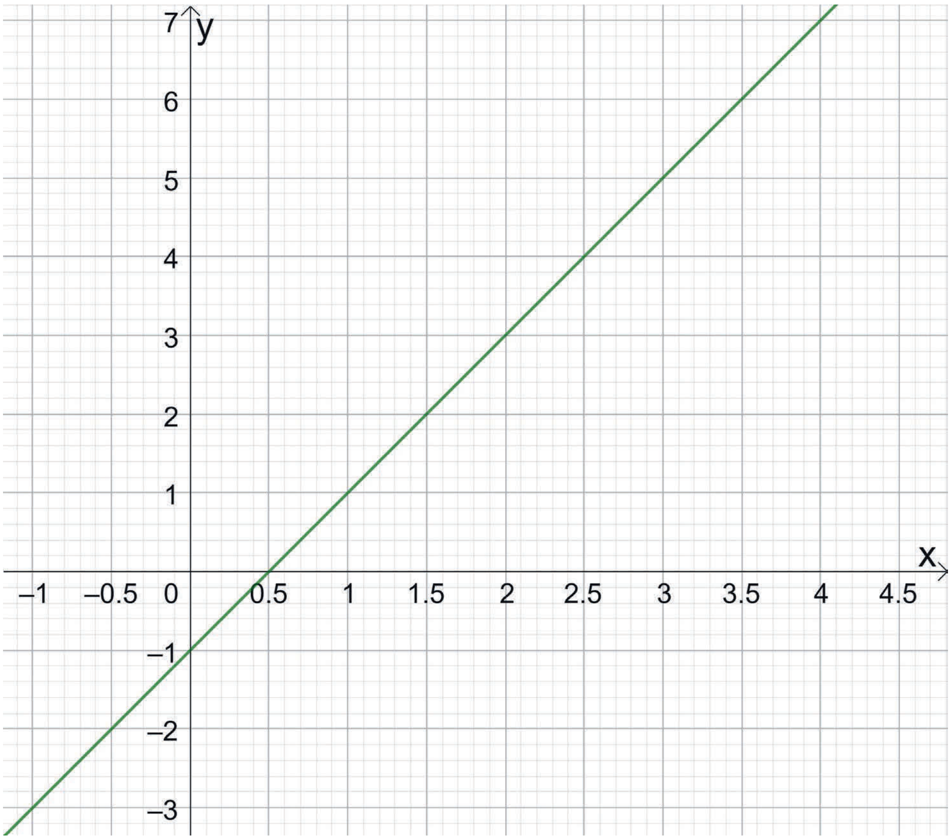
Oppgave 4 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedenfor ser du grafen til en funksjon f.



Bestem et mulig funksjonsuttrykk $f(x)$.

Oppgave 5 **(2 poeng)**



I koordinatsystemet ovenfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 2x - 1$$

Et omdreiningslegeme framkommer ved at grafen til f fra $x = 1$ til $x = 3$, dreies 360° rundt førsteaksen.

Regn ut volumet til omdreiningslegemet.

Oppgave 6 (4 poeng)

I et kunstprosjekt skal Selma bygge et stort tårn ved å legge kvadratiske treplater oppå hverandre. Hun starter med en treplate med sidelengde 5 m.

Når hun bygger videre, skal sidelengden til hver ny treplate være 0,1 m kortere enn sidelengden til treplaten under.

a) Sett opp en aritmetisk rekke som viser summen av sidelengdene til treplatene i tårnet. Hvor mange treplater kan det maksimalt bli i tårnet til Selma?

Vilfred skal bygge et annet stort tårn ved å legge kvadratiske treplater oppå hverandre. Han starter med en treplate som har areal 19 m^2.

Når han bygger videre, skal sidelengden til hver ny treplate være 10 % kortere enn sidelengden til treplaten under.

b) Hvor stort kan det samlede arealet av platene bli i tårnet til Vilfred?

Oppgave 7 **(7 poeng)**

Et plan α er gitt ved likningen

$$2x - 5y + 4z = -4$$

Punktene $A(1,\ 2,\ 1)$, $B(2,\ 0,-2)$ og $C(-1,\ 2,\ 2)$ ligger i planet.

a) Avgjør om punktet $D(3,\ 1,-1)$ ligger i planet α.

b) Bruk kryssprodukt til å vise at $[2,-5,\ 4]$ er en normalvektor til planet.

En kule tangerer planet α i et punkt P.

Kuleflaten er gitt ved likningen

$$x^2 + y^2 + z^2 - 18y + 2z + k = 0$$

c) Vis at punktet $(0,\ 9,-1)$ er sentrum i kulen.

d) Bestem en parameterframstilling for linjen som går gjennom sentrum i kulen og punktet P.

e) Bestem konstanten k i likningen for kuleflaten.

Oppgave 8 (3 poeng)

Påstand
Dersom to vektorer $\vec{p}$ og $\vec{q}$ er ortogonale, er $\left|\vec{p}+\vec{q}\right|^2 = \left|\vec{p}\right|^2 + \left|\vec{q}\right|^2$

En elev prøver å bevise påstanden ovenfor.

Elevens bevis

$\vec{p} = [4, 0, 0]$
$\vec{q} = [0, 0, 3]$

Da er

$$\left|\vec{p}+\vec{q}\right|^2 = \left|[4, 0, 3]\right|^2 = 4^2 + 0^2 + 3^2 = 25$$

og

$$\left|\vec{p}\right|^2 + \left|\vec{q}\right|^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

Altså er påstanden riktig.

a) Forklar hvorfor dette ikke er et gyldig matematisk bevis for påstanden.

b) Bevis påstanden ved hjelp av vektorregning.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 **(6 poeng)**

Selskapet IntCom er en internettleverandør. Selskapet sørger for overføring av data mellom kundene og internett. Datatrafikken varierer gjennom døgnet.
Tabellen nedenfor viser datatrafikken (gigabit per time) et døgn i mai.

Tidspunkt (klokkeslett)	00:00	02:00	06:00	08:00	12:00	16:00	20:00	22:00
Datatrafikk (gigabit per time)	58 280	39 400	22 550	32 200	67 450	86 110	102 007	87 810

a) Lag en god modell for datatrafikken $S(t)$ gigabit per time, t timer etter midnatt dette døgnet.

Videre i oppgaven skal du bruke modellen

$$D(t) = 63\ 000 + 37\ 000 \cdot \sin(0{,}24t - 3{,}0)$$

for datatrafikken $D(t)$, t timer etter midnatt dette døgnet.

b) Når var datatrafikken ut fra selskapet mer enn 90 000 gigabit per time ifølge modellen?

c) Når økte datatrafikken raskest, og hvor stor var denne økningen ifølge modellen?

d) Hvor stor del av den totale datamengden som IntCom overførte dette døgnet, ble overført i løpet av arbeidsdagen, det vil si mellom klokken 8 og klokken 16, ifølge modellen?

Oppgave 2 **(4 poeng)**

En uendelig rekke er gitt ved den rekursive sammenhengen

$$a_n = \left(a_{n-1} - 1\right)^2$$

a) Lag et program som skriver ut de 6 første leddene i rekken dersom $a_1 = 5$.

b) Avgjør om det finnes et heltall a_1 som gjør at rekken blir konvergent.

Oppgave 3 (6 poeng)

Banefart er lengden av fartsvektoren.

Et lite propellfly må nødlande på en motorvei. Posisjonen $\vec{r}(t)$ til flyet t sekunder etter at nødlandingen har startet, er gitt ved

$$\vec{r}(t)=\left[30t-t^2,\ \ 8\sin\left(\frac{\pi}{10}t\right),\ 50\left(1-\frac{t}{10}\right)^2\right]$$

Motorveien ligger i xy-planet.
Enhetene langs aksene er meter.

a) Hvor høyt over motorveien er flyet 4 sekunder etter at nødlandingen har startet?

b) Bestem banefarten idet flyet lander på motorveien.

c) Ved hvilket tidspunkt under nødlandingen er banefarten 14,3 m/s?

En fugl er i posisjonen $(131,\ 67,\ 23)$ idet flyet starter nødlandingen. Fuglen flyr i en rett linje og krysser banen til flyet i punktet $(125,\ 8,\ \frac{25}{2})$.

Fuglen holder en jevn banefart på 12 m/s.

d) Vil fuglen treffe flyet?

Oppgave 4 **(3 poeng)**

Du får i oppdrag å lage en vase med form som på bildet nedenfor.
Vasen skal romme omtrent 1,5 L vann og ha høyde 20 cm.

Bruk det du kan om omdreiningslegemer og trigonometri, til å lage en funksjon på formen

$$f(x) = A \cdot \sin(cx + \varphi) + d$$

som ved omdreining gir en vase med denne formen.

Tegn grafen til funksjonen i et koordinatsystem der enhetene langs aksene er centimeter.

Husk å begrunne ditt valg av parameterne A, c, φ og d, og la funksjonsuttrykket komme tydelig fram i besvarelsen din.

Kilder

Del 2

Oppgave 3

Bilde av Ben_Kerckx, fra Pixabay (https://pixabay.com/photos/plane-model-airplane-fly-air-709023/).

Oppgave 4

Bilde av tphananh, fra Pixabay (https://pixabay.com/photos/tulips-red-flowers-flower-vase-6995691/).

Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Blank side

Blank side

Blank side

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!