

14.05.2025

Eksamen

REA3058 Matematikk R2

Se eksamenstips på baksiden!

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 3 timar. Etter 3 timar kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Du kan bruke vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Du kan bruke alle hjelpemiddel som ikkje krev tilgang til internett. I tillegg har skuleeigar gjort tilgjengeleg nokre utvalde nettbaserte hjelpemiddel. Du har ikkje lov til å bruke kunstig intelligens til å generere innhald i svaret ditt.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 7 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du • viser rekneferdigheiter og matematisk forståing • gjennomfører logiske resonnement • ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar • kan bruke formålstenlege hjelpemiddel • forklarar framgangsmåtar og grunngir svar • skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar • vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv. Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet.

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (4 poeng)

Rekn ut integrala

a) $\int_0^1 (2e^x + 2x^2) dx$

b) $\int \frac{2x-1}{x^2-x-6} dx$

Oppgave 2 (2 poeng)

Bestem eit uttrykk for funksjonen f når du får vite at

- $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$
- Arealet av området som er avgrensa av grafen til f , x -aksen og linjene $x=1$ og $x=2$, er $\frac{11}{14}$. Dette arealet ligg over x -aksen.

Oppgave 3 (6 poeng)

Ein elev arbeider med ei talfølgje og har skrive denne koden:

```
1  a = 2
2  n = 5
3  for i in range(1, n + 1):
4      print(a)
5      a = a + (i + 2)
```

- a) Beskriv mønsteret i talfølgja eleven arbeider med.
Kva blir resultatet når koden blir køyrd?

Eleven har også skrive denne koden:

```
1  a = 2
2  n = 5
3  S = 0
4  for i in range(1, n + 1):
5      S = S + a
6      a = a + (i + 2)
7  print(S)
```

- b) Kva ønskjer eleven no å finne ut?
Kva blir resultatet når koden blir køyrd?

Tala frå oppgave a) er starten på ei rekkje.

- c) Bruk induksjon til å vise at eit ledd i rekkja kan uttrykkjast som

$$a_n = \frac{n(n+3)}{2}, n \geq 1$$

Oppgave 4 (6 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \quad D_f = \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

- a) Bestem amplituden, likevektslinja, perioden og faseforskyvinga.
- b) Løys likninga $f(x) = \sqrt{3}$

Ein funksjon g er gitt ved

$$g(x) = 3 \sin(2x) + \sqrt{3} \cos(2x) \quad D_g = \langle 0, 2\pi \rangle$$

- c) Løys likninga $g(x) = \sqrt{3}$

Oppgave 5 (6 poeng)

Eit bord har ei bordplate med ei form som ein trekant ABC . Dersom vi tenkjer oss bordet plassert i eit tredimensjonalt koordinatsystem der einingane langs aksane er desimeter, vil hjørna ha koordinatane $A(0, 0, 0)$, $B(2, 3, 0)$ og $C(1, 4, 1)$.

- a) Er nokon av vinklane i trekanten større enn 90° ?
Hugs å grunngi svaret.

- b) Bestem arealet av bordplata.

Ei plante på veggen har ei grein som veks slik at ho følgjer ei rett linje gjennom punkta $D(3, 7, 3)$ og $E(2, 3, 2)$.

- c) Vis at greina aldri vil treffe bordplata.

Oppgave 6 (2 poeng)

Casper har skrive denne koden:

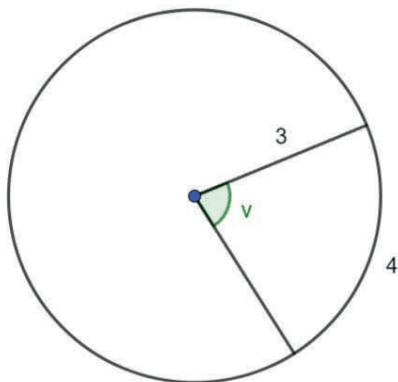
```
1  def f(x):
2  |     return x**3
3
4  def g(x):
5  |     return -2*x**2
6
7  dx = 0.0001
8
9  s = 0
10 x = 0
11 while x <= 2:
12 |     s = s + f(x)*dx + g(x)*dx
13 |     x = x + dx
14
15 print(s)
```

Bestem verdien som blir skrevet ut når koden blir kjørt.

Oppgåve 7 (4 poeng)

I ein sirkel er radius lik 3.

Figuren nedanfor viser ein vinkel v der toppunktet er plassert i sentrum av sirkelen og bogelengda er 4.



a) Kor stor er vinkelen v gitt i

- radianar?
- gradar?

Om ein annan vinkel u f r du vite at $u \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ og $\tan u = 2$.

b) Bestem dei eksakte verdiane til $\sin u$ og $\cos u$.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (6 poeng)

Ein bil køyrer opp ein spiralforma veg inne i eit parkeringshus.

Posisjonen til bilen etter t sekund er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[4 \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right), 4 \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) + 2, 5 + \frac{1}{3}t \right] \quad t \in [0, 20]$$

der bakkenivået er xy -planet i eit koordinatsystem med meter som eining langs aksane.

- Kor høgt over bakkenivået er bilen etter 5 sekund?
- Bestem fartsvektoren $\vec{v}(t)$ og farten til bilen etter 10 sekund.
- Gjer nødvendige antakingar og bestem ein mogleg avstand mellom etasjane i parkeringshuset.

Oppgave 2 (4 poeng)

Nora blir 37 år i 2026 og vil begynne å spare til eigen pensjon.

Ho vil setje eit fast beløp inn på ein konto i banken 1. januar kvart år. Ho vil begynne sparinga 1. januar 2026 og halde på til og med januar 2055.

Målet hennar er å ha 3 750 000 kroner i banken etter at rentene for 2055 er lagde til. Nora ventar at den årlege rentesatsen på kontoen vil vere 2,5 %.

a) Kor stort beløp må Nora setje i banken kvart år for å nå målet?

Nora har eit huslån. Lånet har årlege terminar, og Nora betaler terminbeløpet i januar kvart år. I januar 2026 vil lånet vere på 3 000 000 kroner.

Nora vil betale ned lånet før det året ho fyller 70. Ho har rekna seg fram til at ho då må betale 150 000 kroner kvar termin frå og med januar 2026 til og med januar 2058.

b) Kor høg har Nora rekna med at den årlege rentesatsen på lånet vil vere?

Oppgave 3 (6 poeng)

Ein hare spring vekk frå ein rev som angrip han. Farten v til haren er gitt ved

$$v(t) = 8,3 - 17,4 \cdot e^{-5t} + 9,1 \cdot e^{-0,08t}$$

Her er v meter per sekund, og t er antalet sekund etter at haren tek til å springe.

a) Kor lang tid vil det gå før akselerasjonen til haren er null?
Kva fortel dette svaret?

b) Kor langt spring haren i løpet av dei første 7 sekunda?

Gjennomsnittsfarten v_g til haren dei første x sekunda er gitt ved

$$v_g(x) = \frac{1}{x} \int_0^x v(t) dt$$

c) Bestem gjennomsnittsfarten til haren dei første 200 metrane.

Oppgave 4 (2 poeng)

Ei uendeleg geometrisk rekkje er gitt ved $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$

Det kan visast at

$$\int 1 \, dx + \int x \, dx + \int x^2 \, dx + \int x^3 \, dx + \dots = \int \frac{1}{1-x} \, dx, \quad x \in \langle -1, 1 \rangle$$

Bruk denne samanhengen til å vise at

$$\frac{1}{2^1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2^4} + \dots = \ln 2$$

I denne oppgåva kan du sjå bort frå integrasjonskonstantane.

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgåva:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

tips til deg som akkurat har fått eksamensoppgaven:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!