

Bokmål

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 3 timer. Etter 3 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Du kan bruke vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 7 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. Bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet.

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Regn ut integralene

a) $\int_0^1 (2e^x + 2x^2) dx$

b) $\int \frac{2x-1}{x^2-x-6} dx$

Oppgave 2 (2 poeng)

Bestem et uttrykk for funksjonen f når du får vite at

- $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$
- Arealet av området som er avgrenset av grafen til f , x -aksen og linjene $x = 1$ og $x = 2$, er $\frac{11}{14}$. Dette arealet ligger over x -aksen.

Oppgave 3 (6 poeng)

En elev arbeider med en tallfølge og har skrevet denne koden:

```
1  a = 2
2  n = 5
3  for i in range(1, n + 1):
4      print(a)
5      a = a + (i + 2)
```

- a) Beskriv mønsteret i tallfølgen eleven arbeider med.
Hva blir resultatet når koden kjøres?

Eleven har også skrevet denne koden:

```
1  a = 2
2  n = 5
3  S = 0
4  for i in range(1, n + 1):
5      S = S + a
6      a = a + (i + 2)
7  print(S)
```

- b) Hva ønsker eleven nå å finne ut?
Hva blir resultatet når koden kjøres?

Tallene fra oppgave a) er starten på en rekke.

- c) Bruk induksjon til å vise at et ledd i rekken kan uttrykkes som

$$a_n = \frac{n(n+3)}{2}, n \geq 1$$

Oppgave 4 (6 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \quad D_f = \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

- a) Bestem amplituden, likevektslinja, perioden og faseforskyvningen.
- b) Løs likningen $f(x) = \sqrt{3}$

En funksjon g er gitt ved

$$g(x) = 3 \sin(2x) + \sqrt{3} \cos(2x) \quad D_g = \langle 0, 2\pi \rangle$$

- c) Løs likningen $g(x) = \sqrt{3}$

Oppgave 5 (6 poeng)

Et bord har en bordplate med en form som en trekant ABC . Dersom vi tenker oss bordet plassert i et tredimensjonalt koordinatsystem der enhetene langs aksene er desimeter, vil hjørnene ha koordinatene $A(0, 0, 0)$, $B(2, 3, 0)$ og $C(1, 4, 1)$.

- a) Er noen av vinklene i trekanten større enn 90° ?
Husk å begrunne svaret.

- b) Bestem arealet av bordplaten.

En plante på veggen har en gren som vokser slik at den følger en rett linje gjennom punktene $D(3, 7, 3)$ og $E(2, 3, 2)$.

- c) Vis at grenen aldri vil treffe bordplaten.

Oppgave 6 (2 poeng)

Casper har skrevet denne koden:

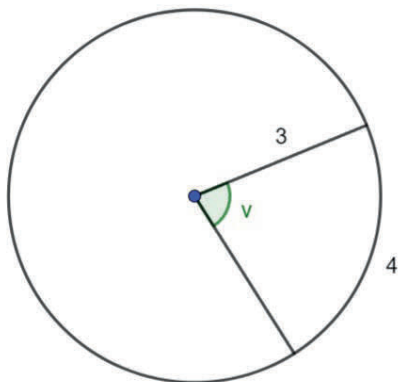
```
1  def f(x):
2  |     return x**3
3
4  def g(x):
5  |     return -2*x**2
6
7  dx = 0.0001
8
9  s = 0
10 x = 0
11 while x <= 2:
12 |     s = s + f(x)*dx + g(x)*dx
13 |     x = x + dx
14
15 print(s)
```

Bestem verdien som skrives ut når koden kjøres.

Oppgave 7 (4 poeng)

I en sirkel er radius lik 3.

Figuren nedenfor viser en vinkel v der toppunktet er plassert i sentrum av sirkelen og buelengden er 4.



a) Hvor stor er vinkelen v gitt i

- radianer?
- grader?

Om en annen vinkel u får du vite at $u \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ og $\tan u = 2$.

b) Bestem de eksakte verdiene til $\sin u$ og $\cos u$.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

En bil kjører opp en spiralformet vei inne i et parkeringshus.

Posisjonen til bilen etter t sekunder er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[4 \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right), 4 \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) + 2, 5 + \frac{1}{3}t \right] \quad t \in [0, 20]$$

der bakkenivået er xy -planet i et koordinatsystem med meter som enhet langs aksene.

- Hvor høyt over bakkenivået er bilen etter 5 sekunder?
- Bestem fartsvektoren $\vec{v}(t)$ og farten til bilen etter 10 sekunder.
- Gjør nødvendige antakelser og bestem en mulig avstand mellom etasjene i parkeringshuset.

Oppgave 2 (4 poeng)

Nora blir 37 år i 2026 og vil begynne å spare til egen pensjon.

Hun vil sette et fast beløp inn på en konto i banken 1. januar hvert år. Hun vil begynne sparingen 1. januar 2026 og holde på til og med januar 2055.

Målet hennes er å ha 3 750 000 kroner i banken etter at rentene for 2055 er lagt til. Nora venter at den årlige rentesatsen på kontoen vil være 2,5 %.

a) Hvor stort beløp må Nora sette i banken hvert år for å nå målet?

Nora har et huslån. Lånet har årlige terminer, og Nora betaler terminbeløpet i januar hvert år. I januar 2026 vil lånet være på 3 000 000 kroner.

Nora vil betale ned lånet før det året hun fyller 70. Hun har regnet seg fram til at hun da må betale 150 000 kroner hver termin fra og med januar 2026 til og med januar 2058.

b) Hvor høy har Nora regnet med at den årlige rentesatsen på lånet vil være?

Oppgave 3 (6 poeng)

En hare løper vekk fra en rev som angriper den. Farten v til haren er gitt ved

$$v(t) = 8,3 - 17,4 \cdot e^{-5t} + 9,1 \cdot e^{-0,08t}$$

Her er v meter per sekund, og t er antall sekunder etter at haren starter å løpe.

a) Hvor lang tid vil det gå før akselerasjonen til haren er null?
Hva forteller dette svaret?

b) Hvor langt løper haren i løpet av de første 7 sekundene?

Gjennomsnittsfarten v_g til haren de første x sekundene er gitt ved

$$v_g(x) = \frac{1}{x} \int_0^x v(t) dt$$

c) Bestem gjennomsnittsfarten til haren de første 200 meterne.

Oppgave 4 (2 poeng)

En uendelig geometrisk rekke er gitt ved $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$

Det kan vises at

$$\int 1 \, dx + \int x \, dx + \int x^2 \, dx + \int x^3 \, dx + \dots = \int \frac{1}{1-x} \, dx, \quad x \in \langle -1, 1 \rangle$$

Bruk denne sammenhengen til å vise at

$$\frac{1}{2^1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2^4} + \dots = \ln 2$$

I denne oppgaven kan du se bort fra integrasjonskonstantene.