

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon. Automatisk tekstgenerator som chatbot, copilot eller tilsvarende teknologi er ikke tillatt.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Vekting av oppgavene	Alle deloppgavene blir vektet likt. Oppgave 2, del 2, blir vektet som to deloppgaver.
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet.

Del 1

Oppgave 1 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -x^3 + 3x.$$

a) Regn ut integralet.

$$\int_{-1}^0 f(x) dx$$

b) Bestem arealet av området som er avgrenset av grafen til f , x -aksen og linjene $x = -1$ og $x = 1$.

Oppgave 2 (2 poeng)

Regn ut integralet.

$$\int \sin^3(x) \cdot \cos(x) dx$$

Oppgave 3 (4 poeng)

En elev har laget programmet til høyre.

- a) Forklar hva eleven prøver å finne ut.
- b) Finn verdien eleven får skrevet ut når programmet kjøres.

```
1  n = 0
2  S = 0
3
4  while S <= 200:
5      n = n + 1
6      S = S + 4*n - 2
7
8  print(n)
```

Oppgave 4 (8 poeng)

Vi har gitt punktene $A(1, 1, 0)$, $B(4, 1, 1)$ og $C(2, 0, -1)$.

- a) Bestem arealet av trekanten $\triangle ABC$.
- b) Bestem avstanden fra punktet C til linja gjennom A og B .

A , B og C ligger i planet α . Punktet P har koordinatene $P(-2, 1, 4)$.

- c) Lag en parameterframstilling for linja ℓ som går gjennom punktet P og står vinkelrett på planet α .

En rett linje m går gjennom punktet P , er parallell med planet α og skjærer z -aksen i punktet D .

- d) Bestem koordinatene til D .

Oppgave 5 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}x - \frac{\pi}{3}\right) - 1, \quad D_f = \langle 0, 20 \rangle.$$

- a) Løs likningen $f(x) = 0$.
- b) Finn amplituden, likevektslinja, perioden og forskyvningen langs likevektslinja.

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

En fotballspiller skal ta et hjørnespark (corner) på en fotballbane. Posisjonen r til ballen etter t sekunder er gitt ved

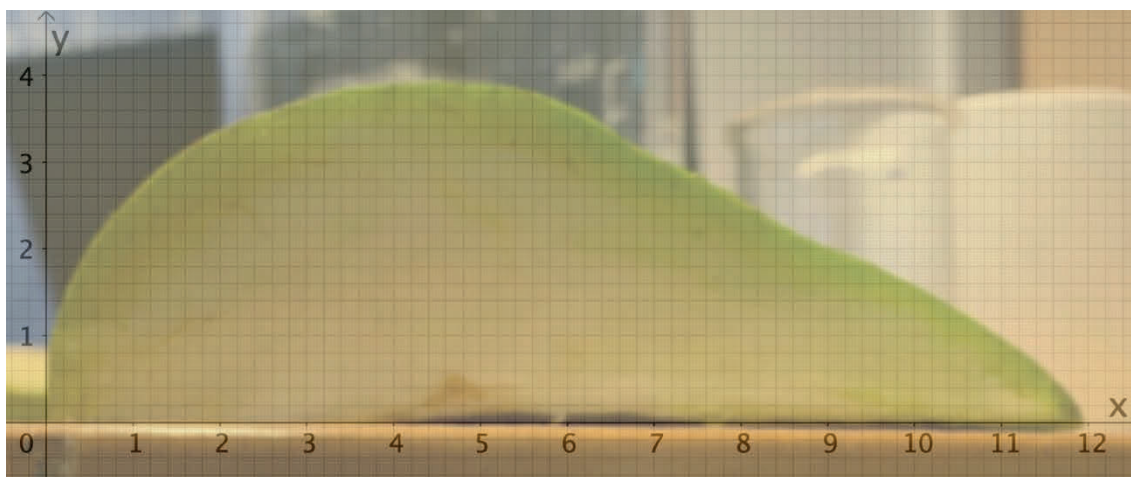
$$\vec{r}(t) = [30t, 5t, 7t - 4,9t^2]$$

Her er posisjonen gitt i meter, og koordinatsystemet er lagt slik at origo er i hjørnet av fotballbanen, x-aksen går langs kortsiden og y-aksen går langs langsiden.

- a) Hvor stor er farten til ballen idet den blir skutt?
- b) Hvor langt fra hjørnemerket er ballen når den treffer fotballbanen igjen?
- c) Hvor stor er farten til ballen når den er på sitt høyeste? Hvor høyt over fotballbanen er ballen da?

Oppgave 2 (2 poeng)

Bildet nedenfor viser halve snittflaten til en pære som er skåret over på midten. Bildet er satt inn i et koordinatsystem. Enheten langs begge aksene er centimeter. Bruk informasjonen i bildet til å bestemme det omtrentlige volumet av pæra.



Oppgave 3 (6 poeng)

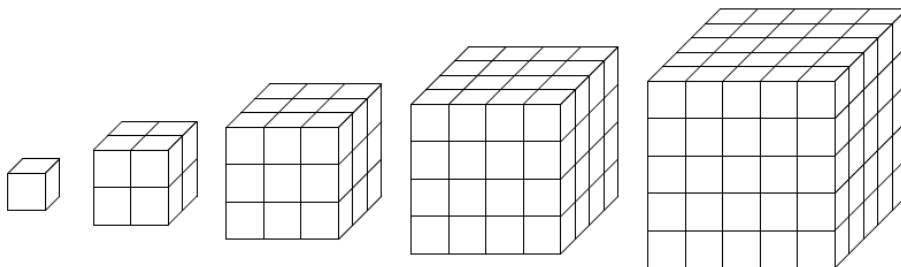
En sensor skal slå på utelyset foran ytterdøra til et hus. Lyset blir slått på $T(x)$ timer etter midnatt. $T(x)$ er gitt ved

$$T(x) = 4 \cdot \sin(0,0055\pi \cdot x - 0,5\pi) + 19.$$

x er antall dager etter 31. desember 2023 slik at $x = 1$ svarer til 1. januar 2024. Tidspunktet sensoren slår på utelyset, varierer fra kl. 15:00 til kl. 23:00, og det varierer periodisk i løpet av et år. Den 1. april slår lyset seg på kl. 19:00.

- Forklar hvordan de ulike verdiene i modellen $T(x)$ passer med opplysningene gitt ovenfor.
- Når i 2024 vil tidspunktet da lyset slår seg på, flytte seg 3 minutter per dag?
- Når endrer dette tidspunktet seg raskest, og hvor stor er endringen da?

Oppgave 4 (6 poeng)



De fem første kubikktallene er 1^3 , 2^3 , 3^3 , 4^3 og 5^3 . Se figurene ovenfor. La S_n være summen av de n første kubikktallene.

- Beskriv den rekursive sammenhengen mellom S_n og S_{n+1} . Bestem en eksplisitt formel for S_n .
- Lag et program som regner ut S_{50} ved å bruke den rekursive sammenhengen du fant i oppgave a.
- Bruk induksjonsbevis til å bevise den eksplisitte formelen for S_n .

Oppgave 5 (4 poeng)

Punktene $A(1, 2, 1)$ og $B(3, 0, -3)$ ligger på en kuleflate. AB er en diameter til kuleflaten. Planet γ er gitt ved likningen $x + 2y + 2z = 14$.

a) Finn den minste avstanden fra kuleflaten til planet.

Et plan α har samme avstand til kuleflaten og er parallelt med planet γ .

b) Bestem en likning for planet α .

Oppgave 6 (2 poeng)

La $a_1 > 0$ og la $S(x)$ være summen av en rekke gitt ved

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_1 \cdot \left(\int_0^x e^{-t} dt \right)^n.$$

Bestem a_1 slik at den minste mulige summen blir 1.

(Blank side)

(Blank side)