

20.11.2024

Eksamen

REA3058 Matematikk R2

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 2 timar. Etter 2 timar kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel – forklarar framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgåve 1 (6 poeng)

- a) Rekn ut integralet

$$\int x^2 \cdot \ln x \, dx$$

- b) Bestem x når $\int_0^x \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) dt = 0$ og $x \in \langle 0, \pi \rangle$.

- c) Gi ei praktisk tolking av svaret i oppgåve b).

Oppgåve 2 (6 poeng)

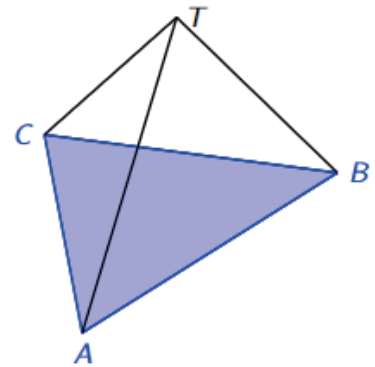
- a) Finn summen av den aritmetiske rekkja $3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 399$.
- b) Bestem kvotienten k for ei uendeleg geometrisk rekkje som konvergerer og som har $a_1 = 12$ og sum = 18.

- c) Vis at talet $0,75757575\dots$ kan skrivast som ei uendeleg geometrisk rekkje.

Bruk dette til   vise at $1,75757575\dots = \frac{58}{33}$.

Oppgave 3 (4 poeng)

Eit telt står i ei plan skråning. Teltet har tre rette teltstenger som er plasserte i punkta $A(0, 0, 0)$, $B(3, 1, 2)$ og $C(-1, 3, 1)$. Dei tre teltstengene er samla i toppunktet T .



- a) Bestem arealet av botnen i teltet.

Lengda av teltstonga frå punkt C til punkt T er $\sqrt{17}$. Teltstonga frå punkt A til punkt T følgjer linja ℓ , gitt ved

$$\ell: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases}$$

- b) Bestem koordinatane til toppunktet T .

Oppgave 4 (4 poeng)

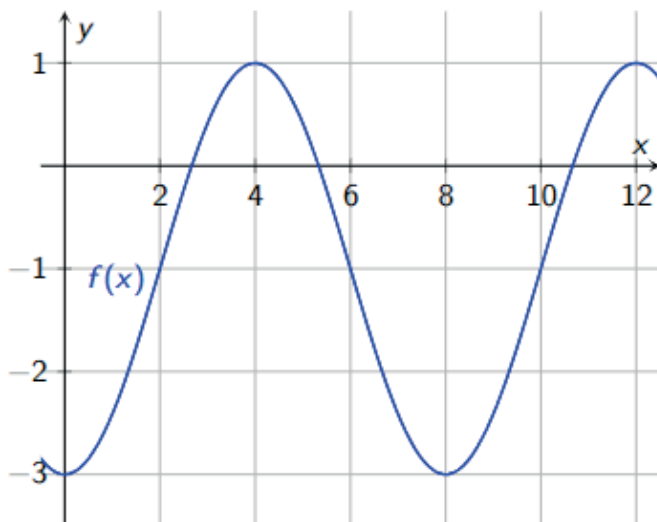
- a) Kva er definisjonen av det absolute vinkelmålet (radianen) til ein vinkel? Kor mange radianar er 80° ?

- b) Finn dei eksakte verdiane til $\cos v$ og $\tan v$ når $\sin v = -\frac{1}{4}$ og $v \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$.

Oppgave 5 (4 poeng)

Figuren viser grafen til funksjonen

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$$



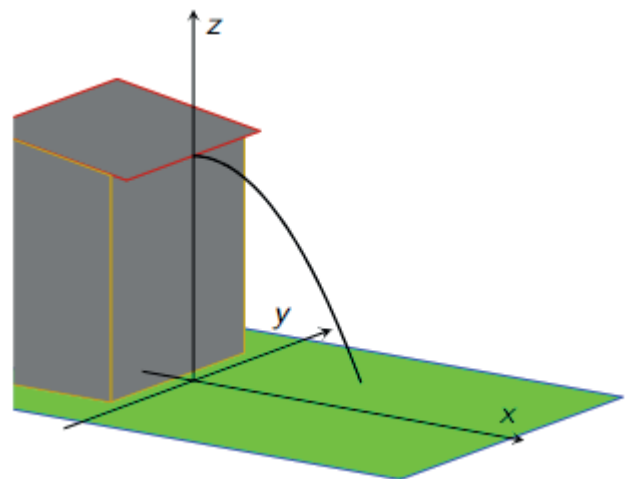
- a) Bestem ein funksjon på forma $g(x) = A \cdot \cos(cx + \varphi) + d$, som passar til grafen.
- b) Løys likninga $\cos\left(\frac{\pi}{4}x - \pi\right) = \frac{1}{2}$, der $x \in [0, 3\pi]$. Forklar kvar på figuren løysingane ligg.

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Ein ball rullar av taket på eit hus og ned på bakken. Vi plasserer eit koordinatsystem slik at

- y-aksen ligg på bakken parallelt med husveggen
- x-aksen ligg på bakken, står vinkelrett på husveggen og skjer y-aksen der ballen forlèt hustaket
- z-aksen angir høgda over bakken med positiv retning oppover



Måleininga på aksane er meter.

Posisjonen til ballen er gitt ved

$$\vec{r}(t) = [2t, 4t, 6 - 0.7t - 4.9t^2]$$

der t er antal sekund etter at ballen forlèt taket.

- Kor høgt over bakken er kanten på taket?
Kva er posisjonen til ballen etter 0,5 s?
- Bestem farten til ballen når han treffer bakken.
- Ved kva for eit tidspunkt er farten til ballen 10 m/s?

Oppgave 2 (6 poeng)

Avgjør om kvar enkelt påstand nedanfor er sann eller usann. Forklar tydeleg korleis du har resonnert.

a) **Påstand:** Likninga til eit plan kan alltid bestemmast av 3 punkt i planet.

b) Ei uendeleg geometrisk rekkje er gitt ved $1 + (\ln x - 1) + (\ln x - 1)^2 + \dots$.

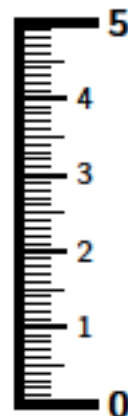
Påstand: Dersom $x = \frac{1}{e}$ vil summen av rekkja vere $\frac{1}{3}$.

c) To funksjonar er gitt ved $f(x) = x^3 - x^2 - ax$, der $a \in \mathbb{R}$, og $g(x) = -x^2 + x$.

Påstand: Grafane til f og g avgrensar to område som er like store når $a > -1$.

Oppgave 3 (2 poeng)

Biletet viser tverrsnittet av eit jordbær i målestokk 1:1. Bruk integrasjon og omdreiingslekam til å berekne volumet av heile jordbæret. Kommenter forma på omdreiingslekamen din og vurder svaret.



Oppgave 4 (6 poeng)

Anders og Ivana har kjøpt seg russebil. Dei skal køyre bilen til ein garasje, men på turen byrjar motoren å fuske. Farten v følgjer funksjonen

$$v(t) = -6 \sin\left(360t - \frac{\pi}{2}\right) + 54$$

Her er v gitt i km/t, og t er antal timar etter at motoren har byrja å fuske.

- a) Bestem det første tidspunktet gjennomsnittsfarten blir 54 km/t.
- b) På kva for tidspunkt har bilen størst akselerasjon når han køyrer med farten v ? Kor stor er denne akselerasjonen?

Når bilen byrjar å fuske, er det 2 km til garasjen som bilen skal parkerast i.

- c) Kor lenge må Anders og Ivana køyre for å komme til garasjen, når bilen køyrer med farten v ?

Oppgave 5 (4 poeng)

- a) Bestem ein rekursiv formel for talfølgja 1, 2, 6, 15, 31, 56,
- b) Bruk den rekursive formelen du fann i oppgave a), og lag eit program som reknar ut summen av dei 30 første ledda i talfølgja.

Hugs å leggje ved bilete av både koden og resultatet av køyringa.

Oppgave 6 (2 poeng)

Ein sirkel har sentrum i $S(a, 0)$ og har radius $R < a$. Sirkelen blir rotert om y -aksen.

Vis at volumet av omdreiingslekamen blir $2\pi^2 R^2 a$.

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!