

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1 (6 poeng)

- a) Regn ut integralet

$$\int x^2 \cdot \ln x dx$$

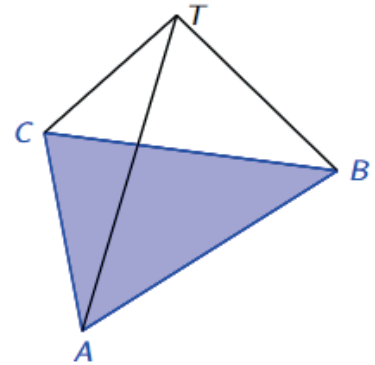
- b) Bestem x når $\int_0^x \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) dt = 0$ og $x \in \langle 0, \pi \rangle$.
- c) Gi en praktisk tolkning av svaret i oppgave b).

Oppgave 2 (6 poeng)

- a) Finn summen av den aritmetiske rekken $3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 399$.
- b) Bestem kvotienten k for en uendelig geometrisk rekke som konvergerer og som har $a_1 = 12$ og sum = 18.
- c) Vis at tallet $0,75757575\dots$ kan skrives som en uendelig geometrisk rekke.
Bruk dette til å vise at $1,75757575\dots = \frac{58}{33}$.

Oppgave 3 (4 poeng)

Et telt står i en plan skråning. Teltet har tre rette teltstenger som er plassert i punktene $A(0, 0, 0)$, $B(3, 1, 2)$ og $C(-1, 3, 1)$. De tre teltstengene er samlet i toppunktet T .



- a) Bestem arealet av bunnen i teltet.

Lengden av teltstanga fra punkt C til punkt T er $\sqrt{17}$. Teltstanga fra punkt A til punkt T følger linja ℓ , gitt ved

$$\ell: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases}$$

- b) Bestem koordinatene til toppunktet T .

Oppgave 4 (4 poeng)

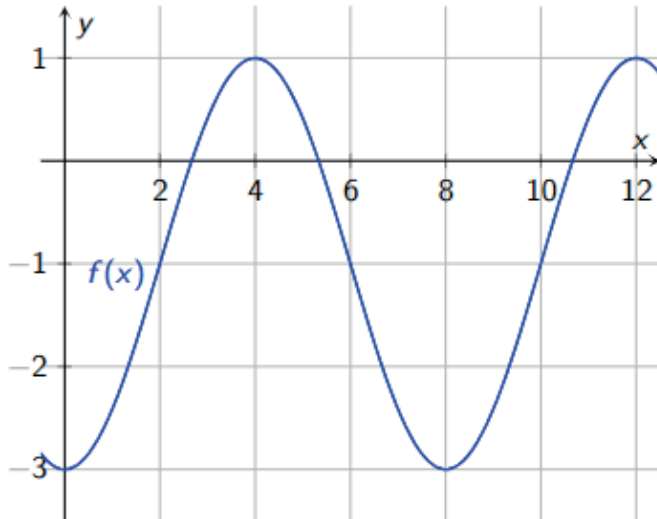
- a) Hva er definisjonen av det absolutte vinkelmålet (radianen) til en vinkel? Hvor mange radianer er 80° ?

- b) Finn de eksakte verdiene til $\cos v$ og $\tan v$ når $\sin v = -\frac{1}{4}$ og $v \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$.

Oppgave 5 (4 poeng)

Figuren viser grafen til funksjonen

$$f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$$



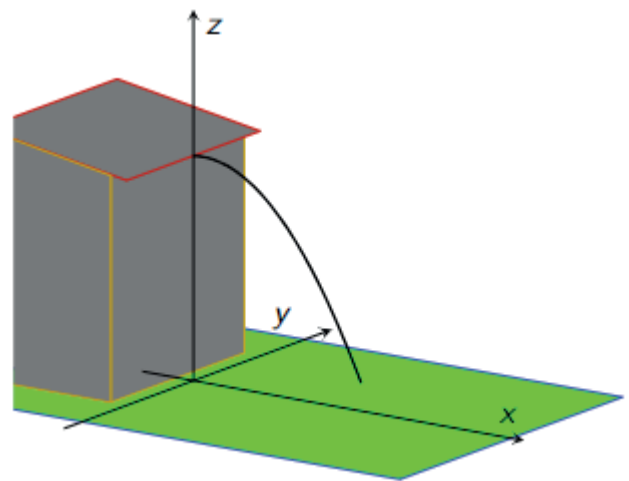
- a) Bestem en funksjon på formen $g(x) = A \cdot \cos(cx + \varphi) + d$, som passer til grafen.
- b) Løs likningen $\cos\left(\frac{\pi}{4}x - \pi\right) = \frac{1}{2}$, der $x \in [0, 3\pi]$. Forklar hvor på figuren løsningene ligger.

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

En ball ruller av taket på et hus og ned på bakken. Vi plasserer et koordinatsystem slik at

- y-aksen ligger på bakken parallelt med husveggen
- x-aksen ligger på bakken, står vinkelrett på husveggen og skjærer y-aksen der ballen forlater hustaket
- z-aksen angir høyden over bakken med positiv retning oppover



Måleenheten på aksene er meter.

Posisjonen til ballen er gitt ved

$$\vec{r}(t) = [2t, 4t, 6 - 0.7t - 4.9t^2]$$

der t er antall sekunder etter at ballen forlater taket.

- Hvor høyt over bakken er kanten på taket?
Hva er posisjonen til ballen etter 0,5 s?
- Bestem farten til ballen når den treffer bakken.
- Ved hvilket tidspunkt er farten til ballen 10 m/s?

Oppgave 2 (6 poeng)

Avgjør om hver enkelt påstand nedenfor er sann eller usann. Forklar tydelig hvordan du har resonnert.

a) **Påstand:** Likningen til et plan kan alltid bestemmes av 3 punkter i planet.

b) En uendelig geometrisk rekke er gitt ved $1 + (\ln x - 1) + (\ln x - 1)^2 + \dots$.

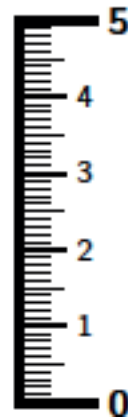
Påstand: Dersom $x = \frac{1}{e}$ vil summen av rekka være $\frac{1}{3}$.

c) To funksjoner er gitt ved $f(x) = x^3 - x^2 - ax$, der $a \in \mathbb{R}$, og $g(x) = -x^2 + x$.

Påstand: Grafene til f og g avgrenser to områder som er like store når $a > -1$.

Oppgave 3 (2 poeng)

Bildet viser tverrsnittet av et jordbær i målestokk 1:1. Bruk integrasjon og omdreiningslegeme til å beregne volumet av hele jordbæret. Kommenter formen på omdreiningslegemet ditt og vurder svaret.



Oppgave 4 (6 poeng)

Anders og Ivana har kjøpt seg russebil. De skal kjøre bilen til en garasje, men på turen begynner motoren å fuske. Farten v følger funksjonen

$$v(t) = -6 \sin\left(360t - \frac{\pi}{2}\right) + 54$$

Her er v gitt i km/t, og t er antall timer etter at motoren har begynt å fuske.

- a) Bestem det første tidspunktet gjennomsnittsfarten blir 54 km/t.
- b) På hvilke tidspunkt har bilen størst akselerasjon når den kjører med farten v ? Hvor stor er denne akselerasjonen?

Når bilen begynner å fuske, er det 2 km til garasjen som bilen skal parkeres i.

- c) Hvor lenge må Anders og Ivana kjøre for å komme til garasjen, når bilen kjører med farten v ?

Oppgave 5 (4 poeng)

- a) Bestem en rekursiv formel for tallfølgen 1, 2, 6, 15, 31, 56,
- b) Bruk den rekursive formelen du fant i oppgave a), og lag et program som regner ut summen av de 30 første leddene i tallfølgen.

Husk å legge ved bilde av både koden og resultatet av kjøringen.

Oppgave 6 (2 poeng)

En sirkel har sentrum i $S(a, 0)$ og har radius $R < a$. Sirkelen roteres om y -aksen.

Vis at volumet av omdreiningslegemet blir $2\pi^2 R^2 a$.