

20.11.2023

Eksamen

REA3058 Matematikk R2

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 2 timar. Etter 2 timar kan du bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 6 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 5 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel – forklarar framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Om vekting av oppgåvene	Alle deloppgåvene blir vekta likt, bortsett frå oppgåve 2 i del 1 og oppgåve 3 i del 2. Desse oppgåvene blir vekta som to deloppgåver.
Andre opplysningar	Tønne: https://tonnegarden.no/tonner/ Alle andre teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1

Rekn ut integralet

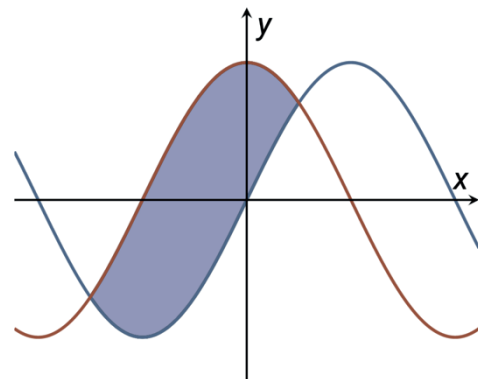
$$\int_{-1}^1 (x^3 + 2x) dx .$$

Kva fortel svaret deg?

Oppgave 2

Figuren til høgre viser grafane til funksjonane f og g , der $f(x) = \cos x$ og $g(x) = \sin x$.

Bestem arealet av det fargelagde området vist på figuren.



Oppgave 3

Ei uendeleg geometrisk rekkje $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ konvergerer mot 8.

a) Bestem summen av dei fire første ledda, når du får vite at $a_1 = 4$.

I ei aritmetisk rekkje er $a_1 + a_4 + a_7 = 114$.

b) Bestem a_4 .

Oppgave 4

Eit plan α er gitt ved likninga

$$x - 2y + 2z + 1 = 0.$$

Vi har gitt punktet $A(4, 2, 2)$.

- Bestem ei parameterframstilling for linja gjennom A som står normalt på planet α .
- Bestem avstanden frå A til α .

Oppgave 5

Ein elev har skrive koden nedanfor.

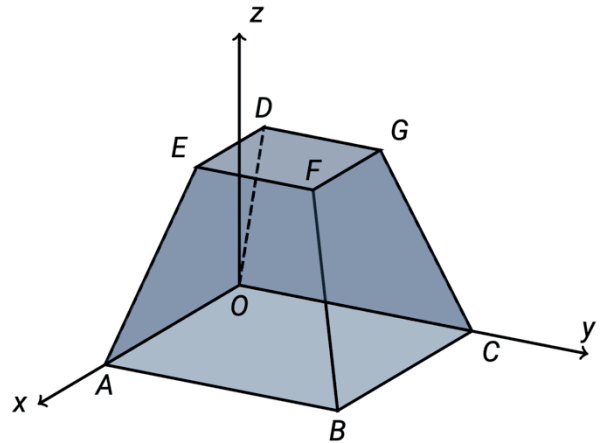
```
1 N = 1000
2 start = -2
3 slutt = 2
4 dx = (slutt - start)/N
5
6 def f(x):
7     return x**2-1
8
9 S = 0
10 for i in range(N):
11     xi = start + i*dx
12     S = S + abs(f(xi))*dx # abs(f(x)) gir absoluttverdien til f(x)
13
14 print(S)
```

- Forklar kva eleven ønskjer å rekne ut med denne koden.
- Finn ved rekning den verdien eleven ønskjer å bestemme.

Oppgåve 6

Figuren til h gre viser ein rett avkorta pyramide med hjørne i punkta $O(0,0,0)$, $A(4,0,0)$, $B(4,4,0)$, $C(0,4,0)$, $D(1,1,3)$, $E(3,1,3)$, $F(3,3,3)$ og $G(1,3,3)$.

Bruk vektorrekning til   bestemme arealet av sideflata $BCGF$.



Del 2

Oppgåve 1

Tabellen nedanfor viser vasstanden (tidvasshøgda) ved Stord verft i Sunnhordland, for nokre tidspunkt 24. april 2023.

Tidvatn er dei periodiske endringane i havnivået som oppstår som eit resultat av gravitasjonskreftene som månen og sola verkar på jorda med.

Tal på timar etter midnatt	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Vasstand (cm)	99,6	119	94,3	60,5	53,4	76,0	96,7	115	99,9	68,1

Ei oljeplattform skal slepast ut frå verftet dagen etter. Dette må gjerast når vasstanden er meir enn 90 cm.

- Lag ein modell f som du kan bruke til å bestemme vasstanden ved verftet i den aktuelle perioden.
- Når vil vasstanden auke raskast den 25. april, ifølgje modellen?

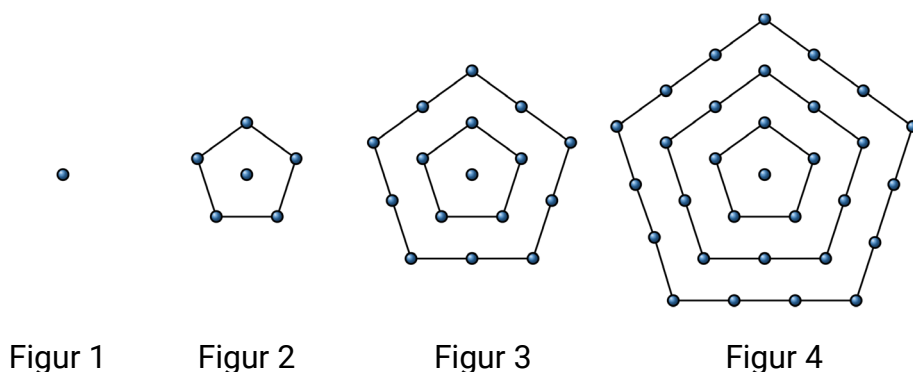
Det vil ta 2 timar å slepe ut oljeplattforma.

- Ved kva for eit klokkeslett kan dei seinast starte med å slepe ut plattforma?

Oppgave 2

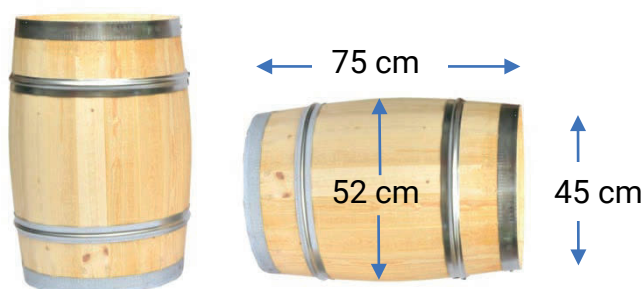
Kvar figur nedanfor består av kuler plasserte på pentagonar. Talet på kuler på kvar av ytterkantane aukar med éin samanlikna med talet på kuler på ytterkanten i figuren før. La P_n vere talet på kuler i figur n .

Dei fem første figurtala er 1, 6, 16, 31 og 51.



- Beskriv ein rekursiv samanheng mellom P_n og P_{n-1} .
- Lag eit program som reknar ut P_{100} ved å bruke den rekursive samanhengen du fann i oppgåve a).
- Bestem ein eksplisitt formel for P_n , og vis at formelen stemmer ved å gjennomføre eit induksjonsbevis.

Oppgave 3



Ei tønne er 75 cm høg. Diameteren i botnen og toppen er 45 cm. Den største diameteren er 52 cm.

Sida i tønna frå toppen til botnen er forma som ein parabel.

Bruk blant anna integrasjon til å bestemme volumet av tønna.

Oppgave 4

I eit vegkryss varierer ein type luftureining periodisk kvart døgn. Luftureininga aukar ut over formiddagen og minkar igjen mot kvelden. Mengda luftureining M kan beskrivast med funksjonen

$$M(t) = A \cdot \sin(ct + k) + d$$

der t er talet på timar etter midnatt.

Den største mengda luftureining i løpet av døgnet er $31,2 \mu\text{g}/\text{m}^3$, og den minste mengda er $18,2 \mu\text{g}/\text{m}^3$.

a) Bestem A , c og d .

Ved to tidspunkt i løpet av døgnet er mengda luftureining $27 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Den første gongen er klokka 13:00.

b) Når er det andre tidspunktet?

Oppgave 5

Ei kurve C er grafen til vektorfunksjonen $\vec{r}_1$ gitt ved

$$\vec{r}_1(t) = [\sin t, t, \cos t], \quad 0 < t < 2\pi.$$

a) Bestem koordinatane til eventuelle punkt på C der tangenten er parallell med xy -planet.

b) Vis at $\vec{r}_1'(t) \perp \vec{r}_1''(t)$ for alle t .

Definisjon

La $\vec{r}$ vere posisjonsvektoren til ei romkurve, der $\vec{r}'(t)$ og $\vec{r}''(t)$ ikkje er parallelle for nokre verdier av t . Då kan vi til kvart punkt på kurva lage eit plan som tangerer kurva i punktet, og som inneheld $\vec{r}'(t)$ og $\vec{r}''(t)$. Dette planet kallar vi for kurva sitt *smygplan* i punktet.

c) Vis at vinkelen mellom smygplanet og y -aksen alltid er den same for kurva C . Bestem denne vinkelen.

Ei anna kurve er grafen til vektorfunksjonen $\vec{r}_2$ gitt ved

$$\vec{r}_2(t) = [\sin t, t, 2 \sin t + 1].$$

d) Undersøk smygplanet til denne kurva for ulike verdier av t . Gi ei tolking av det du har funne i undersøkingane dine.

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!