

Bokmål

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Du kan bruke vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Du kan bruke alle hjelpemidler, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. Du kan ikke bruke kunstig intelligens til å generere innhold i svaret ditt.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger osv. • fyr: Pixabay (17.02.2025) Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = e^{-2x} + \frac{1}{5}x^5 - 2\pi$$

Oppgave 2 (5 poeng)

En funksjon g er gitt ved $g(x) = \frac{1}{2}e^x \cdot (2x - 1)^2$

- a) Bestem eventuelle nullpunkter til funksjonen g .
- b) Vis at $g'(x) = \frac{1}{2}e^x(2x - 1)(2x + 3)$
- c) Finn koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til g .

Oppgave 3 (4 poeng)

Løs likningene

- a) $3^{3x+2} - 5 = 76$
- b) $3\lg x + 2\lg x^2 + \lg \frac{1}{x^9} = 2$

Oppgave 4 (4 poeng)

Bestem grenseverdiene

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3(x^2 - 3)}{x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

Oppgave 5 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 0 \\ 2e^x, & x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Avgjør om f er kontinuert i $x = 0$.
- b) Avgjør om f er deriverbar i $x = 0$.

Oppgave 6 (6 poeng)

Jelena, Nils og Ahmad spiller basketball. Tenk deg at vi legger et koordinatsystem over banen. Ved et tidspunkt befinner Jelena seg i punktet $J(0,0)$, Nils befinner seg i punktet $N(-1,2)$, og Ahmad befinner seg i punktet $A(1,1)$. Enheten langs aksene er meter.

- a) Hvor langt er det mellom Nils og Ahmad?
Gi svaret eksakt.

En basketball ligger i punktet $(-1, a)$, der $a \in \mathbb{R}$. Vektoren som går fra Jelena til ballen, er parallell med vektoren som går fra Nils til Ahmad.

- b) Bestem a .

Nils flytter seg til et nytt punkt M . M er det nærmeste punktet som er plassert slik at avstanden mellom Jelena og Nils er $\sqrt{10}$ meter. Vinkelen mellom Nils, Ahmad og Jelena, $\angle MAJ$, er 90 grader.

- c) Bestem koordinatene til M .

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Teknologiselskapet PowBat skal lansere en ny batteriteknologi i en by med 3 millioner husstander. PowBat regner med at antallet husstander som har batteriet t uker etter lanseringen, vil følge modellen S gitt ved

$$S(t) = \frac{2\,500\,000}{1 + 2500 \cdot e^{-0,08t}}$$

- a) Hvor lang tid vil det ta før halvparten av husstandene i byen har batteriet, ifølge modellen?
- b) Bestem $S'(52)$. Gi en praktisk tolkning av svaret.

Det viser seg at konkurrenten BA3 planlegger å lansere et batteri med tilsvarende teknologi samtidig. Dette vil påvirke salget til PowBat.

Etter å ha hørt om planene til BA3 antar PowBat at

- de totalt vil få solgt batteriet sitt til 1,5 millioner husstander
 - 500 husstander har batteriet når det lanseres
 - flest nye husstander kjøper batteriet i uke 60
- c) Bruk antakelsene ovenfor til å finne en ny logistisk modell F for antallet husstander som har batteriet etter t uker.

Oppgave 2 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 1$$

og har definisjonsmengden $I = [a, b]$ der $a, b \in \mathbb{R}$.

- a) Bestem det største intervallet I , slik at f har en omvendt funksjon g når $2 \in I$.
- b) Bestem stigningstallet til tangenten til grafen til g i punktet $(-10, 3)$.
- c) Grafen til g har en annen tangent med samme stigningstall som tangenten i punktet $(-10, 3)$. Bestem koordinatene til tangeringspunktet.

Oppgave 3 (3 poeng)

Amalie arbeider med en funksjon f med delt forskrift og skal vise funksjonsuttrykket til de andre i klassen. Dessverre har hun sølt på arket sitt og klarer ikke å lese alt som står der.

$$f(x) = \begin{cases} -9x - 15 & , x \leq -2 \\ \text{[sølt]} & , -2 < x < 1 \\ \frac{x^2}{2} - x - \frac{7}{2} & , x \geq 1 \end{cases}$$

Hun husker at f er kontinuerlig og deriverbar for alle $x \in \mathbb{R}$.
Hun husker også at det midterste uttrykket er et tredjegradspolynom.
Bruk dette til å bestemme hele funksjonsuttrykket til f .

Oppgave 4 (8 poeng)

Posisjonen $\vec{r}$ til en fiskebåt t timer etter at den drar fra land, er gitt ved

$$\vec{r}(t) = [1 + 5t, 4 + 8t]$$

Enhetene langs aksene er kilometer.

Farten til en båt måles vanligvis i knop, der 1 knop er 1852 meter per time.

a) Bestem farten til fiskebåten i knop.

Et fyr står i posisjonen $(4, 7)$.

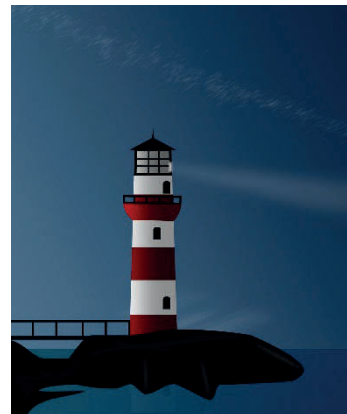
b) Bestem den minste avstanden mellom fiskebåten og fyret.

En fiskestim er i punktet $(1, -3)$ ved tiden $t = 0$, og stimen svømmer med hastigheten $\vec{v}(t) = [4, 11]$.

c) Vil fiskebåten treffe fiskestimen?

En annen fiskebåt er i punktet $(-2, 0)$ ved tiden $t = 0$ og holder konstant fart i retning langs $\vec{u} = [6, 4]$.

d) Bestem farten denne fiskebåten må holde for å treffe fiskestimen.

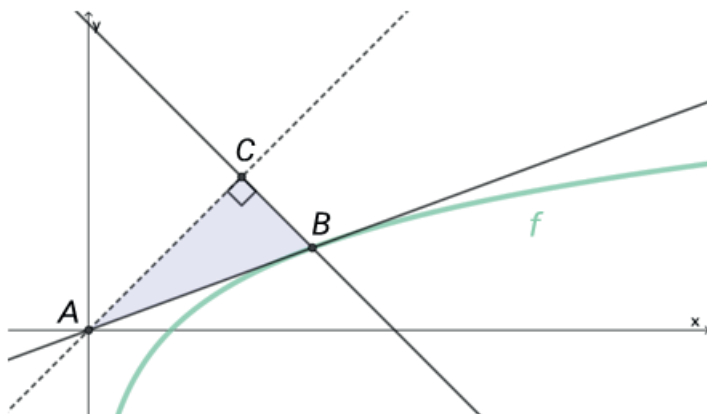


Oppgave 5 (4 poeng)

Nedenfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved $f(x) = \ln x$.

Et punkt B på grafen til f er plassert slik at tangenten til grafen i punktet B går gjennom $A(0,0)$.

Punktet C er plassert på linja $y = x$ slik at $\angle ACB = 90^\circ$.



- Bestem eksakte verdier for koordinatene til punktet B .
- Bestem det eksakte arealet av trekant ABC .

Blank side

Blank side