

Bokmål

Eksamensinformasjon

Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler blir delt ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 2 timer. Etter 2 timer kan du bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Du kan bruke vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Du kan bruke alle hjelpemidler, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. Du kan ikke bruke kunstig intelligens til å generere innhold i svaret ditt.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du • viser regneferdigheter og matematisk forståelse • gjennomfører logiske resonnementer • ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner • kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler • forklarer framgangsmåter og begrunner svar • skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger • vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Kilder for bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet.

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

a) Deriver funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \sqrt{x} + 2$$

Funksjon g gitt ved

$$g(x) = \frac{2x-3}{e^x}$$

er kontinuerlig og deriverbar for alle $x \in \mathbb{R}$.

b) Bestem $g'(2)$ og $g'(3)$.

c) Hva forteller svarene i oppgave b om grafen til g når $x \in [2, 3]$?

Oppgave 2 (3 poeng)

a) Løs likningen

$$(\lg x)^2 - 2\lg x = 8$$

b) Bestem a slik at

$$\log_a \frac{1}{64} = -3$$

Oppgave 3 (3 poeng)

a) Bestem grenseverdien dersom den eksisterer:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4x + 2}{x^2 - 2x - 8}$$

b)

1) Bestem a slik at grenseverdien eksisterer:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + ax + 2}{x^2 - 2x - 8}$$

2) Bestem grenseverdien for denne verdien av a .

Oppgave 4 (6 poeng)

I et koordinatsystem har vi gitt punktene $A(-2, 3)$ og $B(3, 2)$.

a) Bestem lengden av linjestykket AB .

Linja gjennom A og B skjærer x -aksen i punktet C .

b) Bestem koordinatene til C .

Et punkt D er gitt ved $D(2, t)$ der $t \in \mathbb{R}$.

c) Bestem t slik at $\angle ABD$ blir 90° .

Oppgave 5 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 4x^2 \cdot \ln x$$

a) Bestem koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .

En elev jobber med funksjonen f og har skrevet programmet nedenfor:

```
1  from math import log                # log(x) er kode for ln(x)
2
3  a = 0.1
4  b = 3
5
6  maks_avvik = 0.0001
7
8  def f(x):                          # definerer funksjonen
9      return 4*x**2*log(x)
10
11 m = (a + b)/2
12
13 while abs(f(m)) >= maks_avvik:      # abs() finner absoluttverdi
14
15     if f(a)*f(m) < 0:
16         b = m
17     else:
18         a = m
19
20     m = (a + b)/2
21
22 print(m)
```

b) Hva ønsker eleven å finne ut?

Forklar hva programmet gjør i linje 11–20.

Bestem verdien som blir skrevet ut når eleven kjører programmet.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Tabellen nedenfor viser folketallet på et lite tettsted, noen år i perioden 1960–1980.

År	1960	1961	1963	1965	1967	1971	1975	1977	1980
Folketall	500	604	852	1043	1510	2163	2544	2639	2715

- a) Bruk informasjonen til å lage en modell F på formen

$$F(t) = \frac{B}{1 + a \cdot e^{-kt}}$$

for antall personer $F(t)$ som bodde på dette tettstedet t år etter 1960.

Vurder modellens gyldighetsområde.

- b) Bestem $F'(12)$ og $F''(12)$.

Gi en praktisk tolkning av svarene.

- c) Når økte antall personer som bodde på dette tettstedet, med mer enn 150 personer per år ifølge modellen?

Oppgave 2 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & x \leq -2 \\ 2x^3 + 2x^2 - 2x & -2 < x < k \\ c & x \geq k \end{cases} \quad \text{der } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ og } k \in \langle -2, \rightarrow \rangle$$

- a) Avgjør om f er kontinuert når $x = -2$ dersom $a = 2$ og $b = -2$.
- b) Bestem a, b, c og k slik at f er kontinuert og deriverbar når $x = -2$ og når $x = k$.

Oppgave 3 (4 poeng)

Beboerne i et boligområde klager på lukt fra et biogassanlegg. Kommunen tar luftprøver og vurderer værdata som vind og temperatur.

Prøvene analyseres, og hver prøve gis en luktverdi C . Denne luktverdien er gitt i luktenheter (odour units) per kubikkmeter (OU / m^3).

Sammenhengen mellom C og luktintensiteten I er gitt ved

$$I = 1,4 \cdot \lg(C) - 0,3$$

Biogassanlegget er pålagt å forholde seg til tabellen nedenfor.

Luktintensitet (I)	Vurdering
< 1	uproblematisk
1–2	akseptabelt
2–3	kan aksepteres kortvarig
3–4	plagsom lukt, bør begrenses
> 4	plagsomt, tiltak kreves

Resultatet av prøvene viser luktverdier mellom $500 OU / m^3$ og $1400 OU / m^3$.

- a) Har beboerne grunnlag for å klage?

Biogassanlegget tar klagen på alvor og ønsker å redusere luktplagene.

- b) Hvilken luktverdi må nye prøver vise for at luktintensiteten skal bli akseptabel?

Oppgave 4 (6 poeng)

Ina følger en sti fra ei hytte til et utsiktspunkt. I et koordinatsystem der enheten langs aksene er meter, ligger hytta i punktet $H(0, 300)$ og utsiktspunktet i $U(1200, 400)$. Stien mellom hytta og utsiktspunktet er en rett linje. Ina går med konstant fart.

a) Forklar at parameterframstillingen

$$l: \begin{cases} x = 1200s \\ y = 300 + 100s \end{cases} \quad s \in [0, 1]$$

gir den rette linja mellom hytta og utsiktspunktet.

Hele turen tar 20 minutter.

b) Bestem posisjonen til Ina etter 5 minutter.

c) Regn ut farten til Ina. Gi svaret i m/s .

Jonas er ute på tur i samme område som Ina. De to vennene møter hverandre.

Jonas sin posisjon t minutter etter at han startet sin tur, er gitt ved

$$j: \begin{cases} x = 520 - 20t \\ y = 310 + 5t \end{cases}$$

d) Hvor langt har Ina gått når hun møter Jonas?

Oppgave 5 (4 poeng)

For $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{3}$ og vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er 30° .

Det er gitt at $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$.

a) Regn ut den eksakte lengden av $\vec{p}$.

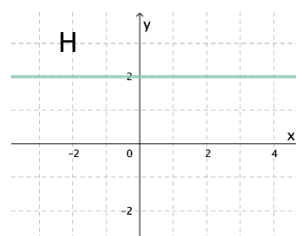
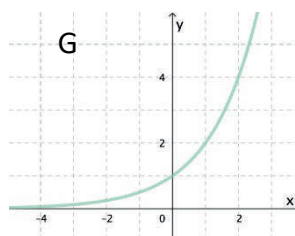
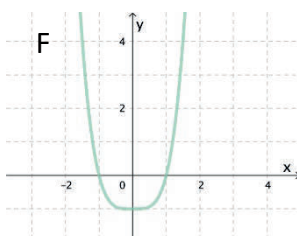
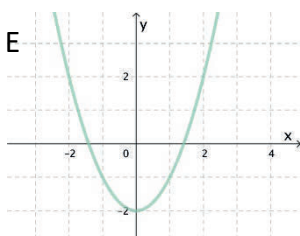
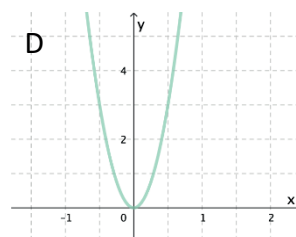
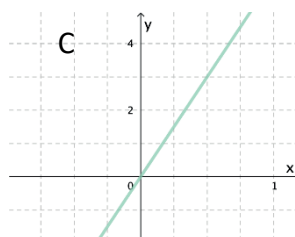
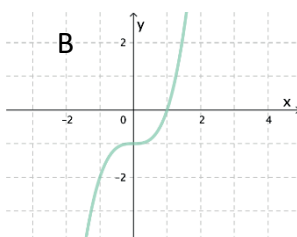
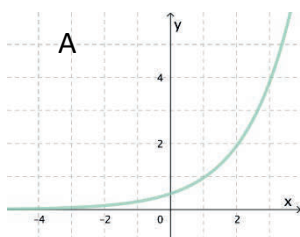
Det er gitt at $\vec{q} = t \cdot \vec{a} + \vec{b}$, der $t \in \mathbb{R}$.

b) Bestem t slik at $\vec{p}$ og $\vec{q}$ blir ortogonale.

Oppgave 6 (6 poeng)

Nedenfor ser du åtte grafer.

- En av grafene er grafen til en funksjon på formen a^x , der a er et positivt helt tall.
- Tre av grafene er grafer til funksjoner på formen $x^b - c$, der b og c er positive hele tall.
- Fire av grafene er grafene til den dobbeltderiverte til de fire funksjonene som er beskrevet ovenfor.



a) Sorter grafene i par.

- De to grafene i hvert par skal være grafen til en funksjon og grafen til den dobbeltderiverte av funksjonen.
- Det må komme tydelig fram hvilken graf som er grafen til funksjonen, og hvilken som er grafen til den dobbeltderiverte.

Husk å begrunne svarene.

b) Hvilke av de åtte grafene ovenfor er grafer til funksjoner som har en omvendt funksjon?

Blank side

Blank side