

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 6 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Bruk en egnet strategi til å bestemme verdien som skrives ut når programmet nedenfor kjøres.

```
1  def O(x):
2      return -0.1*x**2 + 2000*x - 50000
3
4  x = 0
5
6  while O(x + 1) > O(x):
7      x = x + 1
8
9  print(x)
```

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningen

$$100^x - 3 \cdot 10^x = 4$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Finn grenseverdien hvis den eksisterer.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 12}{2x^2 - 18}$$

Oppgave 5 (4 poeng)

Fire vektorer er gitt ved $\vec{u} = [3, -2]$, $\vec{v} = [4, -6]$, $\vec{w} = [2, -3]$ og $\vec{p} = [8, 12]$

- a) Avgjør om noen av vektorene er
- like lange
 - ortogonale

En vektor er gitt ved $\vec{q} = [2a - 3, 1 + 3b]$

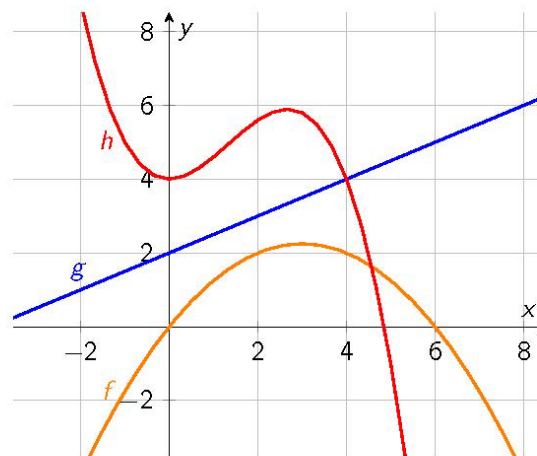
- b) Bestem a og b slik at $\vec{u} + 2\vec{q} = [7, 5]$

Oppgave 6 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedenfor ser du grafene til tre funksjoner, f , g og h .

En av funksjonene har gjennomsnittlig vekstfart lik $\frac{1}{2}$ i intervallet $[0, 4]$, og derivert lik 1 når $x=1$.

Hvilken av funksjonene er dette? Husk å begrunne svaret ditt.



Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Et gammelt vannreservoar lekker vann. Mengden vann i reservoaret V er gitt ved

$$V(t) = 10000 \cdot e^{-0,07t} + 500$$

Her er t antall timer etter lekkasjen startet, og mengden vann er målt i antall liter.

- a) Hvor lang tid vil det gå før vannmengden er halvert?
- b) Bestem $V'(12)$ og $V''(12)$. Gi en praktisk tolkning av svarene.
- c) Undersøk om V har asymptoter, og gi en praktisk tolkning av verdien til eventuelle asymptoter.

Oppgave 2 (6 poeng)

Avgjør om hver enkelt påstand nedenfor er sann eller usann. Forklar tydelig hvordan du har resonnert.

- a) **Påstand:** Hvis $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ og $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ så er $f(x) = g(x)$.
- b) **Påstand:** Funksjonen $f(x) = |x|$ er deriverbar for alle $x \in \mathbb{R}$, bortsett fra i $x = 0$.
- c) **Påstand:** For likningen $a^x = a^y$, der $a \in \mathbb{R}$, er løsningen alltid $x = y$.

Oppgave 3 (8 poeng)

Forskere har registrert en ny fiskeart i en innsjø. I tabellen nedenfor ser du hvor mange fisk av arten det var i innsjøen noen måneder etter at arten først ble registrert.

Måneder etter første registrering	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Antall tusen fisk	1	2,5	5,5	9	14	22	32	45	60

Fiskepopulasjonen kan beskrives med en modell på formen

$$A(t) = A_0 \cdot k^t$$

der $A(t)$ er antall tusen fisk t måneder etter første registrering.

a) Bestem A_0 og k , og gi en praktisk tolkning av disse verdiene.

Fiskepopulasjonen kan også beskrives med en logistisk modell på formen

$$N(t) = \frac{B}{1 + \frac{B - N_0}{N_0} e^{-r \cdot t}}$$

B er bæreevnen, N_0 er antall tusen fisk ved $t = 0$ og r er vekstparameteren.

b) Bestem N_0 , B og r .

c) Bestem den deriverte til funksjonene du fant i oppgavene a) og b).
Forklar hvordan vekstfarten endrer seg ifølge hver av de to modellene.

d) Hvilken modell mener du beskriver den praktiske situasjonen best?
Hvor mange fisk vil det være 12 måneder etter første registrering, ifølge denne modellen?

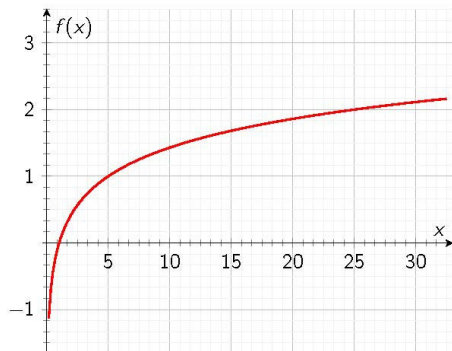
Oppgave 4 (2 poeng)

I koordinatsystemet nedenfor ser du grafen til en funksjon f gitt ved

$$f(x) = \log_a(x)$$

Bestem a .

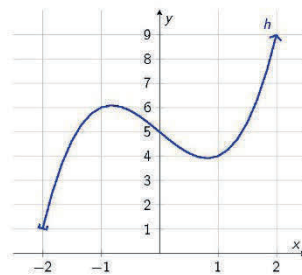
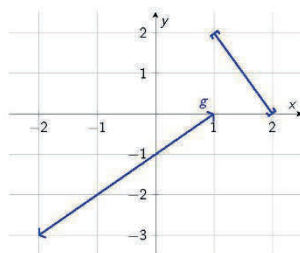
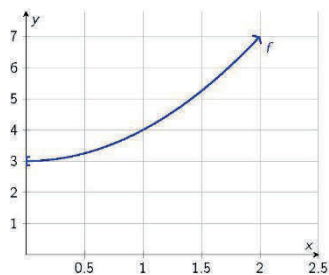
Husk å argumentere for at svaret ditt er riktig.



Oppgave 5 (4 poeng)

Nedenfor ser du grafene til funksjonene f , g og h .

- Avgjør og begrunn for hver av funksjonene om de har en omvendt funksjon.
- Bestem funksjonsuttrykket og definisjonsmengden til den omvendte funksjonen i de tilfellene den eksisterer.



Oppgave 6 (8 poeng)

To småfugler er ute og flyr. Posisjonen til de to fuglene er gitt ved

$$\vec{r}_1(t) = [-10 + 6t, 35 - 3t] \quad \text{og} \quad \vec{r}_2(t) = [2 + 5t, 4t]$$

Tiden t er målt i sekunder, og enhetene langs aksene er målt i meter.

- a) Hvor fort flyr hver av de to småfuglene?
- b) Hvor stor er avstanden mellom småfuglene når $t = 0$?
- c) På hvilket tidspunkt er småfuglene nærmest hverandre, og hvor langt unna hverandre er de da?

En rovfugl er også ute og flyr og oppdager småfuglene ved tidspunktet $t = 0$. Posisjonen til rovfuglen de første 6 sekundene er gitt ved

$$\vec{r}_R(t) = [7t - 10, 2t^2 - 6t + 5]$$

- d) Gjør nødvendige beregninger og beskriv jakten rovfuglen har på småfuglene.