

23.05.2023

Eksamen

REA3056 Matematikk R1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 4 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 7 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel – forklarar framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Om vekting av oppgåvene	Alle deloppgåvene vert vekta likt. Oppgåve 7 i del 2 blir vektlagt tilsvarande to deloppgåver.
Andre opplysningar	Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1

Deriver funksjonen

$$f(x) = e^x + \ln x$$

Oppgave 2

Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$$

Oppgave 3

Gitt tre punkt $A(1, 3)$, $B(4, 0)$ og $C(9, 4)$.

- a) Bruk vektorregning til å avgjøre om $\angle CBA$ er mindre enn, lik eller større enn 90° .

Et punkt P ligger på linjen som går gjennom B og C .

- b) Bruk vektorregning til å bestemme koordinatene til punktet P slik at $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AP}$.

Oppgave 4

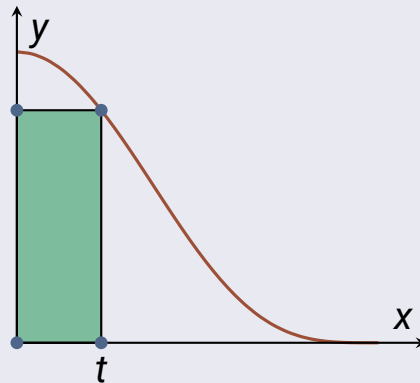
Ein elev har fått følgjande oppgåve:

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = (x^2 - 9)^4, \quad x \in \langle 0, 3 \rangle$$

Eit rektangel R har hjørne i $(0, 0)$, $(t, 0)$, $(t, f(t))$ og $(0, f(t))$.

Bestem den verdien av t som gjer at R har størst areal.



For å løyse oppgåva har eleven laga følgjande program:

```
1 def A(x):  
2     return x*(x**2-9)**4  
3  
4 t = 0  
5 d = 0.01  
6  
7 while A(t) < A(t+d):  
8     t = t + d  
9  
10 print(t)
```

- Forklar strategien eleven har brukt for å løyse oppgåva.
- Løys oppgåva eleven har fått.

Del 2

Oppgåve 1

Tabellen nedanfor viser timelønna til ei yrkesgruppe for nokre år i perioden 2008–2022.

Årstall	2008	2010	2013	2015	2019	2022
Timelønn	272,55	285,50	307,30	314,00	327,60	340,10

- a) Kva har den gjennomsnittlege årlege prosentvise veksten i lønn vore i åra 2008–2022?
- b) Bruk tala i tabellen til å lage ein eksponentialfunksjon g som er ein modell for timelønna til denne yrkesgruppa x år etter 2008.

Per og Amalie hadde begge ei timelønn på 272,55 kroner i 2008. Per har hatt ei lønnsutvikling tilsvarande tabellen i starten av oppgåva, medan Amalie si lønn har stige med 2,3 prosent per år. Dei har begge jobba 1700 timar per år.

- c) Bestem den samla lønna til Amalie i åra 2008 til 2022.
Bestem også den samla lønna til Per i desse åra.

Fagforeininga til Per krev at han i 2025 skal ha same timelønn som Amalie. Vi går ut frå at Amalie framleis vil ha ein lønnsvekst på 2,3 prosent per år.

- d) Kor mange prosent må lønna til Per gå opp kvart år dersom dette kravet skal bli innfridd?

Oppgave 2

Vi har gitt punktet $A(3, 2)$. Vektorane $\vec{u}$ og $\vec{v}$ er gitt ved

$$\vec{u} = [4, 3] \quad \text{og} \quad \vec{v} = [2t, 5t]$$

Eit parallelogram $ABCD$ er bestemt ved at $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ og $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$.

- Bestem koordinatane til B og koordinatane til C og D uttrykte ved t .
- Bestem t slik at skjæringspunktet mellom diagonalane i parallelogrammet blir $P(8, 11)$.

Oppgave 3

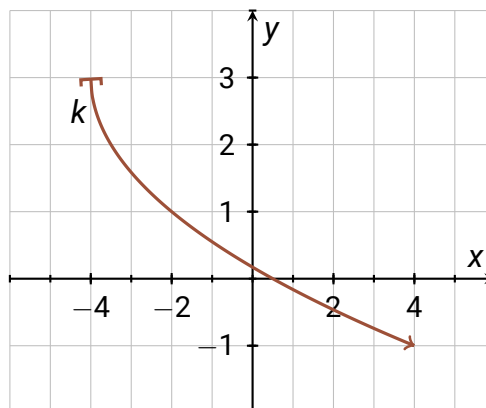
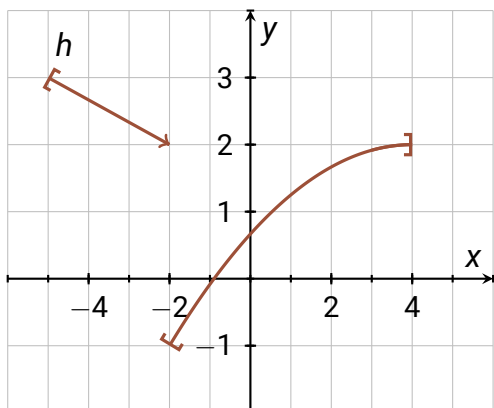
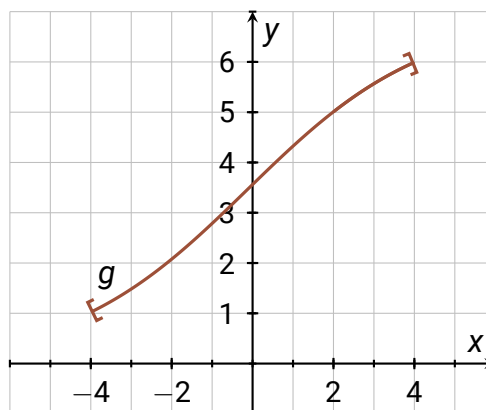
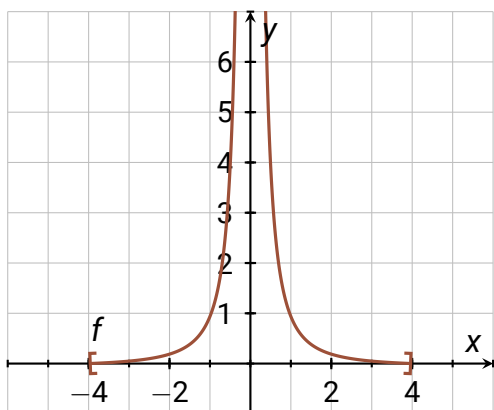
Nedanfor ser du tre påstandar. Avgjer i kvart tilfelle om påstanden er sann eller usann. Hugs å vise tydeleg korleis du argumenterer og resonnerer.

- Dersom $x > 0$, så er $(\ln x)^4 = 4 \ln x$.
- Alle fjerdegradsfunksjonar må ha minst eitt ekstremalpunkt.
- For at ein funksjon skal ha ein omvend funksjon, må funksjonen vere anten strengt veksande eller strengt minkande.

Oppgave 4

Nedanfor har vi teikna grafane til fire funksjonar f , g , h og k .

- Avgjer og grunngi i kvart tilfelle om funksjonen har ein omvend funksjon.
- Bestem definisjonsmengda til den omvendte funksjonen i dei tilfella der han finst.



Oppgave 5

Samanhengen mellom lydstyrken L (målt i dB) og lydintensiteten I (målt i W/m^2) er gitt ved

$$L = 120 + 10 \cdot \lg I$$

Øyrene til menneske har ei smertegrense for lydstyrke som ligg omkring 130 dB.

- Bestem lydintensiteten når lydstyrken er 130 dB.
- Kor mange prosent aukar lydintensiteten dersom lydstyrken aukar med 2 dB?

Dersom effekten til lyden som blir send ut frå ei lydkjelde er E , vil lydintensiteten I på ein avstand r (målt i m) frå denne lydkjelda vere

$$I = \frac{E}{4\pi r^2}$$

Lydstyrken frå eit fly er 140 dB dersom du er 50 m frå flyet.

- Bestem den minste avstanden til dette flyet der lydstyrken er lågare enn 130 dB.

Oppgave 6

Ei linje ℓ går gjennom punkta $A(4, -2)$ og $B(6, 6)$.

- Bestem den ekstante avstanden frå punktet $P(2, 8)$ til linja ℓ .

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 2x$$

- Bestem den eksakte verdien for den minste avstanden mellom grafen til f og linja ℓ .

Oppgave 7

I denne oppgave skal du bruke algoritmen nedanfor til å finne ein tilnærma verdi for gjennomsnittet til ein funksjon f i eit intervall $[a, b]$.

Algoritme

Vel $N + 1$ tal jamt fordelte i intervallet $[a, b]$.

La $a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b$ være desse tala.

Avstanden mellom eit av tala og det neste er då $\frac{b - a}{N}$.

Rekn ut gjennomsnittet g av tala $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_N)$.

Då er g ein tilnærma verdi for gjennomsnittsverdien til f i $[a, b]$.

Denne tilnærminga blir betre dess større N er.

Lag eit program som du kan bruke til å bestemme gjennomsnittet til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \sqrt{x}$$

i intervallet $[0, 1]$. Kva blir dette gjennomsnittet?

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!