

14.11.2023

# Eksamen

REA3056 Matematikk R1

Se eksamenstips på baksiden!

# Nynorsk

| Eksamensinformasjon             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Eksamenstid</b>              | Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes.<br><br>Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan du bruke hjelpemiddel.<br><br>Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Del utan hjelpemiddel</b>    | Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Del med hjelpemiddel</b>     | Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>Framgangsmåte</b>            | Delen utan hjelpemiddel har 4 oppgåver.<br>Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver.<br><br>Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing.<br><br>Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Rettleiing om vurderinga</b> | Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>– gjennomfører logiske resonnement</li><li>– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel</li><li>– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li><li>– vurderer om svar er rimelege</li></ul> |
| <b>Om vekting av oppgåvene</b>  | Alle deloppgåvene blir vekta likt.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Andre opplysningar</b>       | Teikningar og grafiske framstillingar:<br>Utdanningsdirektoratet                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

## Del 1

### Oppgave 1

Deriver funksjonen

$$f(x) = x^2 \cdot \ln x .$$

### Oppgave 2

Skriv uttrykka nedanfor i stigande rekkjefølgje.

$$2\ln e^3 \quad , \quad 3\lg 70 \quad , \quad e^{3\ln 2}$$

Hugs å grunngi svaret.

### Oppgave 3

I trekanten  $ABC$  er  $A(-3,-1)$ ,  $B(2,-2)$  og  $C(5,2)$ .

- a) Avgjer ved hjelp av vektorrekning kva for ei side i trekanten som er kortast.
- b) Avgjer ved hjelp av vektorrekning om nokre av vinklane i trekanten er  $90^\circ$ .

## Oppgave 4

Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 - 9x - 2.$$

Egil ønsker å lage eit program som reknar ut koordinatane til botnpunktet på grafen til  $f$ . Han har skrive koden nedanfor.

```
1 def f(x):
2     return 2*x**2 - 9*x - 2
3
4 def df(x,h):
5     return (f(x+h) - f(x))/h
6
7 h = 0.001
8 a = 0
9
10 while df(a,h) < 0:
11     a = a + 1
12
13 print("Bunnpunktet er", (a,f(a)) )
```

Bunnpunktet er (3, -11)

a) Forklar kva for ein strategi Egil har brukt.

Svaret han får, er ikkje riktig.

b) Foreslå ei endring i koden som vil gi Egil eit riktigare svar.

## Del 2

### Oppgave 1

Tabellen nedanfor viser konsentrasjonen, i millimol per liter (mmol/L), av eit stoff,  $t$  sekund etter at ein kjemisk reaksjon starta. Når det har gått lang tid, vil konsentrasjonen av stoffet stabilisere seg på 2,5 mmol/L.

|                             |      |       |       |       |       |       |       |
|-----------------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Tid (s)                     | 0    | 10    | 20    | 30    | 40    | 50    | 60    |
| Konsentrasjon (mmol/L)      | 0    | 0,28  | 0,53  | 0,76  | 0,95  | 1,13  | 1,28  |
| Konsentrasjon -2,5 (mmol/L) | -2,5 | -2,22 | -1,97 | -1,74 | -1,55 | -1,37 | -1,22 |

- a) Bruk blant anna regresjon til å vise at funksjonen  $f$  gitt ved

$$f(t) = 2,5 - 2,5 \cdot 0,99^t$$

er ein god modell for konsentrasjonen av stoffet  $t$  sekund etter at reaksjonen starta.

- b) Kor lang tid vil det ta før konsentrasjonen er 2,0 mmol/L?
- c) Kor lang tid vil det ta før konsentrasjonen aukar med mindre enn 0,001 mmol/L per sekund?

## Oppgave 2

Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + (2+k)x, & x < k \\ x^2 + (2-k)x, & x \geq k \end{cases}$$

der  $k \in \mathbb{R}$ .

- a) Forklar at  $f$  er ein kontinuerleg funksjon for alle verdier av  $k$ .
- b) Bestem  $k$  slik at  $f$  blir deriverbar i  $x = k$ .
- c) For kva for nokre verdier av  $k$  har  $f$  ein omvend funksjon?

## Oppgave 3

La  $f$  vere ein tredjegradsfunksjon.

Avgjer for kvar av påstandane nedanfor om han er sann eller usann. Grunngi svaret.

- a) Påstand 1:  
Grafen til  $f$  har minst eitt ekstremalpunkt.
- b) Påstand 2:  
Alle linjer på forma  $y = ax + b$ , der  $a, b \in \mathbb{R}$ , vil skjere grafen til  $f$ .
- c) Påstand 3:  
Dersom grafen til  $f$  har eit vendepunkt for  $x = 3$ , er  $f'(1) = f'(5)$ .

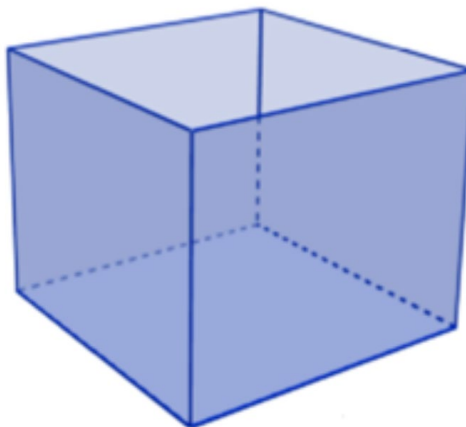
## Oppgave 4

Du skal lage ein kasse utan lokk. Han skal ha form som eit rett prisme. Grunnflata i kassen skal vere kvadratisk. For at vekten ikkje skal bli for stor, kan ikkje det samla arealet av platene som blir brukte til å lage kassen, vere meir enn  $120 \text{ dm}^2$ .

- a) Kva er det største volumet kassen kan få dersom sidene i botnen skal vere  $5 \text{ dm}$ ?
- b) Kva er det maksimale volumet kassen kan få?

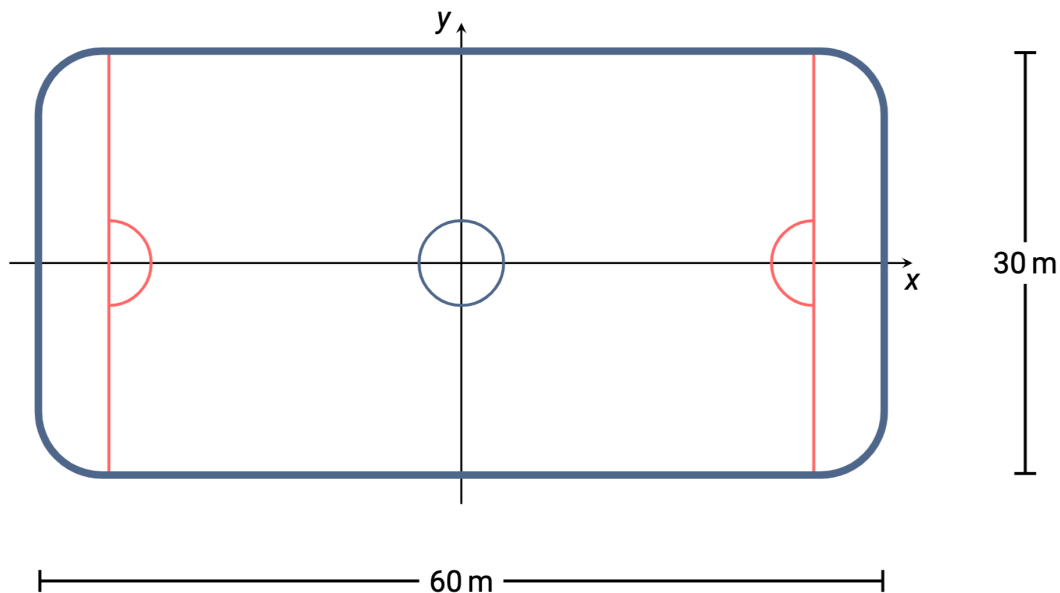
Du skal lage ein slik kasse som rommar  $80 \text{ dm}^3$ .

- c) Kva er det minste samla arealet platene kan ha, dersom du skal lage ein slik kasse?



## Oppgave 5

Ei ishockeybane er 60 m lang og 30 m brei. Vi plasserer eit koordinatsystem slik at origo er midt på bana. Sjå figuren nedanfor.



Ein hockeyspelar sende av garde ein puck. Vektorfunksjonen  $\vec{r}$  gitt ved

$$\vec{r}(t) = [8(e^{-t} - t), 5(e^{-t} - t)]$$

gir posisjonen til pucken  $t$  sekund etter at han blei send av garde. Denne vektorfunksjonen gir posisjonen til pucken heilt til han treffer vantet (veggen på bana).

- a) Kva for ein fart hadde pucken idet han blei send av garde?
- b) Kor lang tid gjekk det før pucken treffe vantet?

Ein annan hockeyspelar var i posisjonen  $P(-18, 11)$  då pucken blei send av garde. Spelaren hadde konstant fart  $\vec{v} = [3, -7]$ .

- c) Grunngi at denne spelaren ikkje blei treft av pucken.

## Oppgave 6

I 1823 viste matematikaren Augustin Louis Cauchy følgjande setning:

Anta at ein funksjon  $f$  er kontinuerleg i det lukka intervallet  $[a, b]$  og deriverbar i det opne intervallet  $\langle a, b \rangle$ . Då finst ein  $c \in \langle a, b \rangle$  slik at

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

La  $f(x) = x^2 + 3x + 1$ .

- a) Bestem  $c$  når  $a = 1$  og  $b = 3$ .
- b) Lag eit program som bestemmer  $c$ , når du gir verdier til  $a$  og  $b$ .
- c) Bruk programmet til å undersøkje om det finst ein samanheng mellom verdien av  $c$  og verdiane av  $a$  og  $b$ .

Anne påstår at dersom  $a = 2$  og  $b = 8$ , så vil  $c = 5$  for alle andregradsfunksjonar.

- d) Avgjer om Anne sin påstand er riktig.

### **TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:**

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

**Lykke til!**

### **TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:**

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

**Lykke til!**