

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan du bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 4 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 6 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Om vekting av oppgavene	Alle deloppgavene vektes likt.
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Oppgave 1

Deriver funksjonen

$$f(x) = x^2 \cdot \ln x .$$

Oppgave 2

Skriv uttrykkene nedenfor i stigende rekkefølge.

$$2\ln e^3 \quad , \quad 3\lg 70 \quad , \quad e^{3\ln 2}$$

Husk å begrunne svaret.

Oppgave 3

I trekanten ABC er $A(-3,-1)$, $B(2,-2)$ og $C(5,2)$.

- a) Avgjør ved hjelp av vektorregning hvilken side i trekanten som er kortest.
- b) Avgjør ved hjelp av vektorregning om noen av vinklene i trekanten er 90° .

Oppgave 4

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 - 9x - 2.$$

Egil ønsker å lage et program som regner ut koordinatene til bunnpunktet på grafen til f . Han har skrevet koden nedenfor.

```
1 def f(x):
2     return 2*x**2 - 9*x - 2
3
4 def df(x,h):
5     return (f(x+h) - f(x))/h
6
7 h = 0.001
8 a = 0
9
10 while df(a,h) < 0:
11     a = a + 1
12
13 print("Bunnpunktet er", (a,f(a)) )
```

Bunnpunktet er (3, -11)

a) Forklar hvilken strategi Egil har brukt.

Svaret han får, er ikke riktig.

b) Foreslå en endring i koden som vil gi Egil et riktigere svar.

Del 2

Oppgave 1

Tabellen nedenfor viser konsentrasjonen, i millimol per liter (mmol/L), av et stoff, t sekunder etter at en kjemisk reaksjon startet. Når det har gått lang tid, vil konsentrasjonen av stoffet stabilisere seg på 2,5 mmol/L.

Tid (s)	0	10	20	30	40	50	60
Konsentrasjon (mmol/L)	0	0,28	0,53	0,76	0,95	1,13	1,28
Konsentrasjon -2,5 (mmol/L)	-2,5	-2,22	-1,97	-1,74	-1,55	-1,37	-1,22

- a) Bruk blant annet regresjon til å vise at funksjonen f gitt ved

$$f(t) = 2,5 - 2,5 \cdot 0,99^t$$

er en god modell for konsentrasjonen av stoffet t sekunder etter at reaksjonen startet.

- b) Hvor lang tid vil det ta før konsentrasjonen er 2,0 mmol/L?
- c) Hvor lang tid vil det ta før konsentrasjonen øker med mindre enn 0,001 mmol/L per sekund?

Oppgave 2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + (2+k)x, & x < k \\ x^2 + (2-k)x, & x \geq k \end{cases}$$

der $k \in \mathbb{R}$.

- a) Forklar at f er en kontinuerlig funksjon for alle verdier av k .
- b) Bestem k slik at f blir deriverbar i $x = k$.
- c) For hvilke verdier av k har f en omvendt funksjon?

Oppgave 3

La f være en tredjegradsfunksjon.

Avgjør for hver av påstandene nedenfor om den er sann eller usann. Begrunn svaret.

- a) Påstand 1:
Grafen til f har minst ett ekstremalpunkt.
- b) Påstand 2:
Alle linjer på formen $y = ax + b$, der $a, b \in \mathbb{R}$, vil skjære grafen til f .
- c) Påstand 3:
Dersom grafen til f har et vendepunkt for $x = 3$, er $f'(1) = f'(5)$.

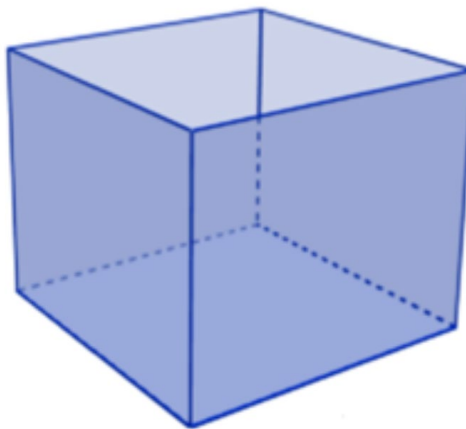
Oppgave 4

Du skal lage en kasse uten lokk. Den skal ha form som et rett prisme. Grunnflaten i kassen skal være kvadratisk. For at vekten ikke skal bli for stor, kan ikke det samlede arealet av platene som brukes til å lage kassen, være mer enn 120 dm^2 .

- a) Hva er det største volumet kassen kan få dersom sidene i bunnen skal være 5 dm ?
- b) Hva er det maksimale volumet kassen kan få?

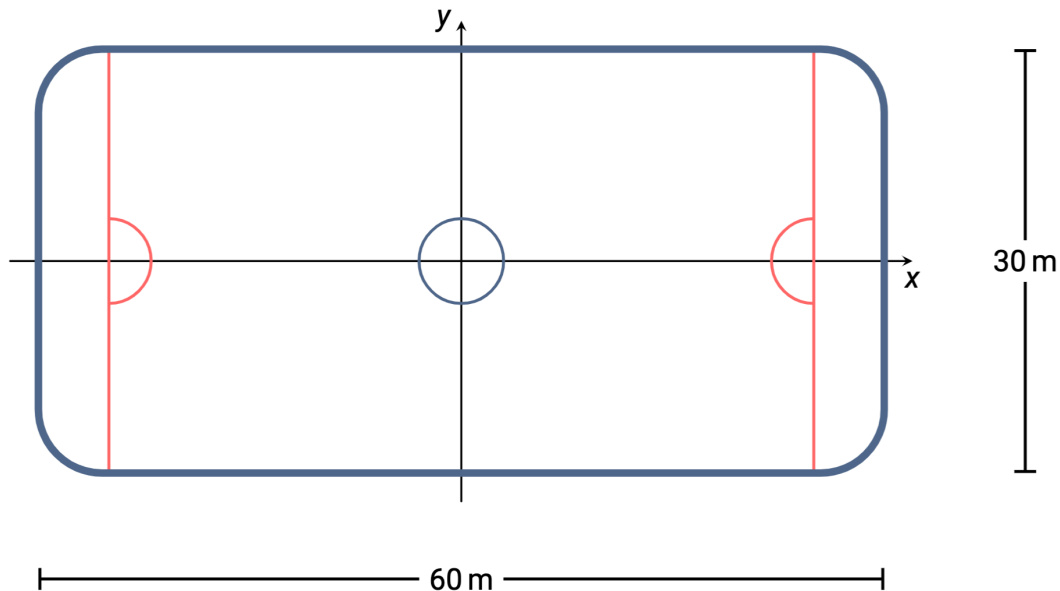
Du skal lage en slik kasse som rommer 80 dm^3 .

- c) Hva er det minste samlede arealet platene kan ha, dersom du skal lage en slik kasse?



Oppgave 5

En ishockeybane er 60 m lang og 30 m bred. Vi plasserer et koordinatsystem slik at origo er midt på banen. Se figuren nedenfor.



En hockeyspiller sendte av gårde en puck. Vektorfunksjonen $\vec{r}$ gitt ved

$$\vec{r}(t) = [8(e^{-t} - t), 5(e^{-t} - t)]$$

gir puckens posisjon t sekunder etter at den ble sendt av gårde. Denne vektorfunksjonen gir puckens posisjon helt til den treffer vantet (veggen på banen).

- a) Hvilken fart hadde pucken idet den ble sendt av gårde?
- b) Hvor lang tid gikk det før pucken traff vantet?

En annen hockeyspiller var i posisjonen $P(-18, 11)$ da pucken ble sendt av gårde. Spilleren hadde konstant fart $\vec{v} = [3, -7]$.

- c) Begrunn at denne spilleren ikke ble truffet av pucken.

Oppgave 6

I 1823 viste matematikeren Augustin Louis Cauchy følgende setning:

Anta at en funksjon f er kontinuert i det lukkede intervallet $[a, b]$ og deriverbar i det åpne intervallet $\langle a, b \rangle$. Da finnes en $c \in \langle a, b \rangle$ slik at

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

La $f(x) = x^2 + 3x + 1$.

- a) Bestem c når $a = 1$ og $b = 3$.
- b) Lag et program som bestemmer c , når du gir verdier til a og b .
- c) Bruk programmet til å undersøke om det finnes en sammenheng mellom verdien av c og verdiene av a og b .

Anne påstår at dersom $a = 2$ og $b = 8$, så vil $c = 5$ for alle andregradsfunksjoner.

- d) Avgjør om Annes påstand er riktig.

(Blank side)

(Blank side)