

24.05.2022

Eksamen

REA3056 Matematikk R1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 8 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke hensiktsmessige hjelpemiddel – forklarar framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Utan hjelpemiddel

Oppgave 1

Deriver funksjonane

a) $f(x) = x^3 + \ln x$

b) $g(x) = x \cdot e^{2x}$

Oppgave 2

Løys likninga

$$e^{2x} - e^x = 2$$

Oppgave 3

Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2+x-12}$$

Oppgave 4

Vi har tre punkt $A(1, 2)$, $B(-1, 5)$ og $C(t, 4)$ der $t \in \mathbb{R}$.

a) Bestem t slik at $\angle BAC = 90^\circ$.

b) Bestem t slik at A , B og C ligg på ei rett linje.

Oppgave 5

Ein elev har skrive programkoden nedanfor.

```
1 def f(x):  
2     return x/(1+x**2)    # Definerer funksjonen f(x)=x/(1+x^2)  
3  
4 x = 0  
5 h = 0.001  
6 while f(x) <= f(x+h):  
7     x = x+h  
8  
9 print(x)
```

- a) Forklar kva som skjer når programmet blir køyrd. Kva ønskjer eleven å finne ut?
- b) Gjer nødvendige berekningar, og bestem svaret som eleven ønskjer å finne.

Del 2

Med hjelpemiddel

Oppgave 1

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 2 \\ x - t, & x \geq 2 \end{cases}$$

- a) Bestem talet t slik at f blir ein kontinuerleg funksjon. Hugs å grunngi svaret.
- b) Avgjér om f er deriverbar i $x = 2$ for den verdien av t du fann i oppgave a).

Oppgave 2

For vektorane $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ og $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$.

Vi lar $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ og $\vec{v} = \vec{a} - 6\vec{b}$.

- a) Bestem lengda av $\vec{u}$ og $\vec{v}$.
- b) Bestem vinkelen mellom $\vec{u}$ og $\vec{v}$.

Oppgave 3

Funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 6x$$

Bestem det største intervallet $I = [a, b]$ slik at $1 \in I$ og f har ein omvend funksjon når I er definisjonsmengda til f .

Oppgave 4

Ifølgje avkjølingslova til Newton vil temperaturen T til eit objekt etter t minutt vere gitt ved

$$\ln(T - T_0) = -k \cdot t + r$$

der T_0 er romtemperaturen, og der k og r er konstantar.

I eit rom med temperatur 22°C set vi ein kopp med kaffi. Ved tidspunktet $t = 0$ er temperaturen i kaffien 82°C . Etter 2 minutt er temperaturen 66°C .

Kor lang tid tek det før temperaturen i kaffien er mindre enn 40°C ?

Oppgave 5

Gitt tre punkt $A(a,b)$, $B(c,d)$ og $C(e,f)$.

- Beskriv ein algoritme som du kan bruke til å avgjere om $\triangle ABC$ er ein rettvinkla trekant.
- Skriv ein kode basert på algoritmen du beskreiv i oppgave a). Input skal vere koordinatane a , b , c , d , e og f . Output skal vere ein av følgjande tekstar:
 - Punkta dannar ein rettvinkla trekant.
 - Punkta dannar ikkje ein rettvinkla trekant.

Oppgave 6

Ein funksjon g er gitt ved

$$g(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$$

Eit punkt $P(s, g(s))$ ligg på grafen til g , der $s \in \langle 1, 5 \rangle$.

Punkta $A(1, 0)$, $B(s, 0)$ og $P(s, g(s))$ dannar ein trekant ABP .

Bestem den eksakte verdien av s som gir det største arealet til trekanten.
Kor stort er dette arealet?

Oppgave 7

Båten til ein pirat køyrer med konstant fart. Posisjonen $\vec{r}_1$ til båten etter t timar er

$$\vec{r}_1(t) = [2 + 24t, 4 + 20t]$$

Einingane langs aksane er kilometer.

a) Kor stor er banefarten til båten?

Politiet ønskjer å stoppe piraten. Samstundes som piraten er i punktet $(2,4)$, startar ein politibåt jakta si. Politibåten startar i punktet $(0,10)$ og held konstant fart langs ei rett linje. Posisjon $\vec{r}_2$ til politibåten er

$$\vec{r}_2(t) = [26t, 10 - 22t]$$

b) Undersøk om politiet vil møte piraten.

Ein annan politibåt startar òg i $(0,10)$. Denne båten held òg konstant fart.

c) Kor stor må banefarten til denne båten vere dersom dei skal treffe piraten i punktet $(8,9)$?

Bla om 

Oppgave 8

Funksjonane f og g er gitt ved

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 2x + 3$$

$$g(x) = 2x + 3$$

- a) Vis at grafane til dei to funksjonane tangerer kvarandre i eitt punkt og skjer kvarandre i eit anna punkt.

Einar og Lise har jobba med slike funksjonar. Dei påstår å ha funne ein samanheng:

Dersom $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ og $G(x) = cx + d$, så vil grafane til F og G tangere kvarandre.

- b) Avgjer om det Einar og Lise har komme fram til, kan stemme.

Lise har funne ein samanheng mellom x -koordinaten til vendepunktet til F og x -koordinaten til skjeringspunktet mellom grafane til F og G .

- c) Kva for ein samanheng kan Lise ha funne?
Grunngi at denne samanhengen stemmer.

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!