

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Del uten hjelpemidler	Vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler.
Del med hjelpemidler	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 8 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger	Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Del 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1

Deriver funksjonene

a) $f(x) = x^3 + \ln x$

b) $g(x) = x \cdot e^{2x}$

Oppgave 2

Løs likningen

$$e^{2x} - e^x = 2$$

Oppgave 3

Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2+x-12}$$

Oppgave 4

Vi har tre punkter $A(1, 2)$, $B(-1, 5)$ og $C(t, 4)$ der $t \in \mathbb{R}$.

a) Bestem t slik at $\angle BAC = 90^\circ$.

b) Bestem t slik at A , B og C ligger på en rett linje.

Oppgave 5

En elev har skrevet programkoden nedenfor.

```
1 def f(x):  
2     return x/(1+x**2)    # Definerer funksjonen f(x)=x/(1+x^2)  
3  
4 x = 0  
5 h = 0.001  
6 while f(x) <= f(x+h):  
7     x = x+h  
8  
9 print(x)
```

- a) Forklar hva som skjer når programmet kjøres. Hva ønsker eleven å finne ut?
- b) Gjør nødvendige beregninger, og bestem svaret som eleven ønsker å finne.

Del 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 2 \\ x - t, & x \geq 2 \end{cases}$$

- a) Bestem tallet t slik at f blir en kontinuerlig funksjon. Husk å begrunne svaret.
- b) Avgjør om f er deriverbar i $x = 2$ for den verdien av t du fant i oppgave a).

Oppgave 2

For vektorene $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ og $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$.

Vi lar $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ og $\vec{v} = \vec{a} - 6\vec{b}$.

- a) Bestem lengden av $\vec{u}$ og $\vec{v}$.
- b) Bestem vinkelen mellom $\vec{u}$ og $\vec{v}$.

Oppgave 3

Funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 6x$$

Bestem det største intervallet $I = [a, b]$ slik at $1 \in I$ og f har en omvendt funksjon når I er definisjonsmengden til f .

Oppgave 4

Ifølge Newtons avkjølingslov vil temperaturen T til et objekt etter t minutter være gitt ved

$$\ln(T - T_0) = -k \cdot t + r$$

hvor T_0 er romtemperaturen, og der k og r er konstanter.

I et rom med temperatur 22°C setter vi en kopp med kaffe. Ved tidspunktet $t = 0$ er temperaturen i kaffen 82°C . Etter 2 minutter er temperaturen 66°C .

Hvor lang tid tar det før temperaturen i kaffen er mindre enn 40°C ?

Oppgave 5

Gitt tre punkter $A(a,b)$, $B(c,d)$ og $C(e,f)$.

- Beskriv en algoritme som du kan bruke til å avgjøre om $\triangle ABC$ er en rettvinklet trekant.
- Skriv en kode basert på algoritmen du beskrev i oppgave a). Input skal være koordinatene a , b , c , d , e og f . Output skal være en av følgende tekster:
 - Punktene danner en rettvinklet trekant.
 - Punktene danner ikke en rettvinklet trekant.

Oppgave 6

En funksjon g er gitt ved

$$g(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$$

Et punkt $P(s, g(s))$ ligger på grafen til g , der $s \in \langle 1, 5 \rangle$.

Punktene $A(1, 0)$, $B(s, 0)$ og $P(s, g(s))$ danner en trekant ABP .

Bestem den eksakte verdien av s som gir det største arealet til trekanten.
Hvor stort er dette arealet?

Oppgave 7

Båten til en pirat kjører med konstant fart. Posisjonen $\vec{r}_1$ til båten etter t timer er

$$\vec{r}_1(t) = [2 + 24t, 4 + 20t]$$

Enhetene langs aksene er kilometer.

a) Hvor stor er banefarten til båten?

Politiet ønsker å stoppe piraten. Samtidig som piraten er i punktet $(2, 4)$, starter en politibåt sin jakt. Politibåten starter i punktet $(0, 10)$ og holder konstant fart langs en rett linje. Posisjon $\vec{r}_2$ til politibåten er

$$\vec{r}_2(t) = [26t, 10 - 22t]$$

b) Undersøk om politiet vil møte piraten.

En annen politibåt starter også i $(0, 10)$. Denne båten holder også konstant fart.

c) Hvor stor må banefarten til denne båten være dersom de skal treffe piraten i punktet $(8, 9)$?

Oppgave 8

Funksjonene f og g er gitt ved

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 2x + 3$$

$$g(x) = 2x + 3$$

- a) Vis at grafene til de to funksjonene tangerer hverandre i ett punkt og skjærer hverandre i et annet punkt.

Einar og Lise har jobbet med slike funksjoner. De påstår å ha funnet en sammenheng:

Dersom $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ og $G(x) = cx + d$, så vil grafene til F og G tangere hverandre.

- b) Avgjør om det Einar og Lise har kommet fram til, kan stemme.

Lise har funnet en sammenheng mellom x -koordinaten til vendepunktet til F og x -koordinaten til skjæringspunktet mellom grafene til F og G .

- c) Hvilken sammenheng kan Lise ha funnet?
Begrunn at denne sammenhengen stemmer.