

26.05.2023

Eksamen

MAT1021 Matematikk 1T

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 5 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Sensor vurderer i kva grad du • viser rekneferdigheiter og matematisk forståing • gjennomfører logiske resonnement • ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar • kan bruke formålstenlege hjelpemiddel • forklarar framgangsmåtar og grunngir svar • skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar • vurderer om svar er rimelege
Om vekting av oppgåvene	Kvar deloppgåve vil bli vekta likt når svara dine blir vurderte, med unntak av • oppgåve 4 og 5 i Del 1 • oppgåve 3, 4b, 5 og 6b i Del 2 som vil bli vekta <u>dobbelt så mykje</u> som dei andre deloppgåvene.
Andre opplysningar	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Trym og Eira: Kidaha, Pixabay (11.05.2021) Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

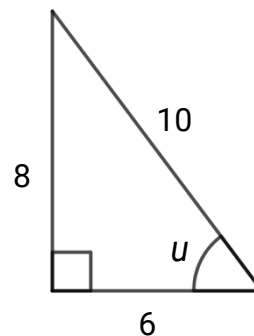
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1

Ein rettvinkla trekant har sidelengder 8, 6 og 10. Sjå figuren til høgre.

Vis at

$$(\sin u)^2 + (\cos u)^2 = 1$$



Oppgåve 2

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 2x - 8$$

I kva for nokre punkt skjer grafen til funksjonen x -aksen?

Oppgåve 3

Gitt likninga

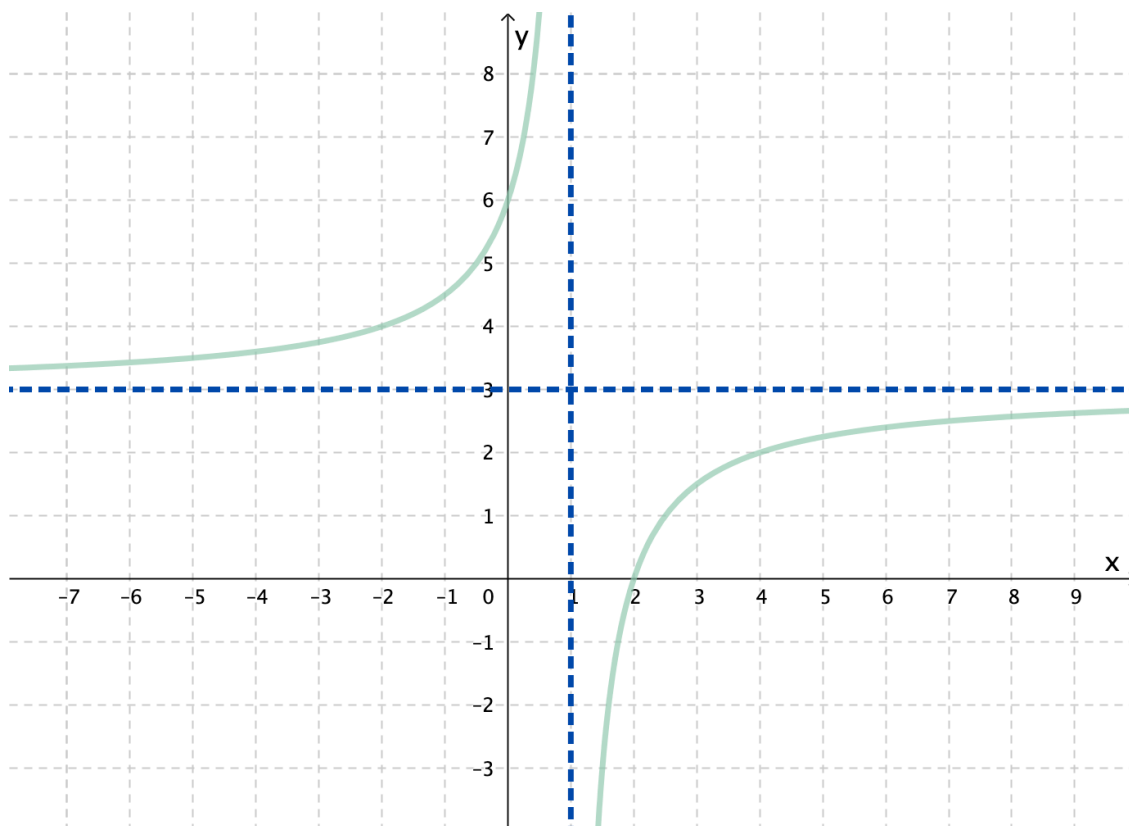
$$x^3 - 5x^2 - 8x + 12 = (x - 1)(x + a)(x - b)$$

Bestem a og b slik at likninga blir ein identitet.

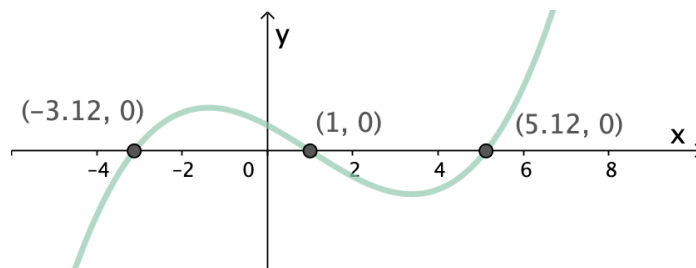
Oppgåve 4

Nedanfor ser du grafen til ein rasjonal funksjon f .

Bestem $f(x)$. Hugs   argumentere for at svaret ditt er rett.



Oppgave 5



Ovanfor ser du grafen til den deriverte av ein funksjon f .

Nullpunkta til f er $x = -4$, $x = -2$, $x = 4$ og $x = 6$

Lag ei skisse som viser korleis grafen til f kan sjå ut. Hugs å argumentere for kvifor du meiner skissa er rett.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgave 1



Dei siste åra har Lars budd på Svalbard frå 1. februar til 1. oktober. Kvart år har han målt temperaturen utanfor huset sitt på ulike tidspunkt nokre dagar kvar veke.

Han har funne at funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 0,048x^4 - 1,4x^3 + 13,36x^2 - 45,8x + 35,2 \quad , \quad x \in [2, 10]$$

er ein rimeleg bra modell for gjennomsnittstemperaturen $T(x)$ °C kvart døgn dei månadene han bur på Svalbard, når han lar $x = 2$ svare til 1. februar, $x = 3$ til 1. mars, $x = 4$ til 1. april og så vidare.

- Omtrent kor mange døgn i perioden 1. februar–1. oktober er gjennomsnittstemperaturen over 0°C ifølgje modellen?
- Bestem stigningstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(3, T(3))$ og $(7, T(7))$. Gi ei praktisk tolking av dette stigningstalet.
- Bestem nullpunkt og ekstremalpunkt til den deriverte funksjonen T' . Gjer greie for kva koordinatane til kvart av punkta fortel om gjennomsnittstemperaturen utanfor huset til Lars.

Oppgave 2



Ei gruppe speidarar har slått opp telt ved ei elv. Dei har eit tau som er 80 m langt, og fire pinnar. Tauet og pinnane skal dei bruke til å setje opp eit gjerde rundt teltet. Området dei gjerdar inn, skal ha form som eit rektangel, og dei vil ikkje setje opp gjerde langs elva. Sjå skissa ovanfor.

- a) Kor stort blir arealet av området dersom dei vel at lengda skal vere 60 meter?

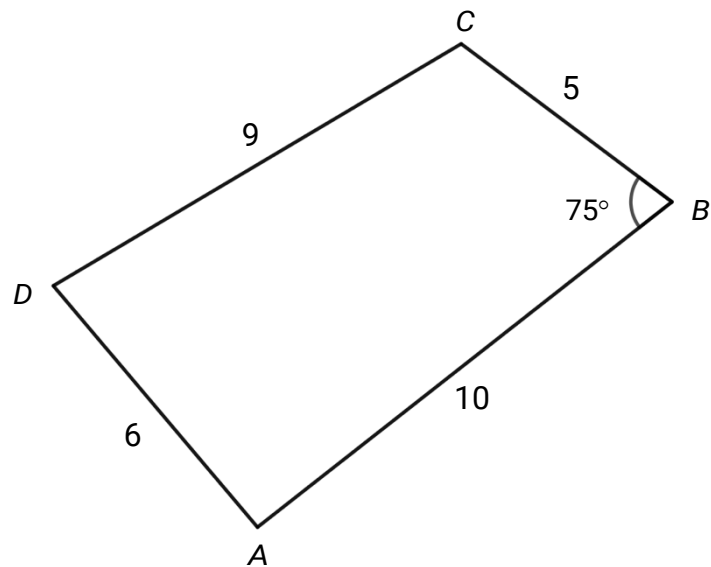
Herman påstår at arealet av området blir størst dersom lengda er dobbelt så lang som breidda.

- b) Lag ei systematisk oversikt som viser arealet av ulike område som dei kan gjerde inn. Bruk oversikta til å argumentere for at Herman sin påstand kan vere rett.

Josefine lurar på om dei kan teikne ein graf som viser at Herman har rett. Ho prøver å setje opp eit funksjonsuttrykk som ho kan bruke.

- c) Set opp eit funksjonsuttrykk for Josefine. Teikn grafen og vis at Hermann sin påstand er rett.

Oppgave 3



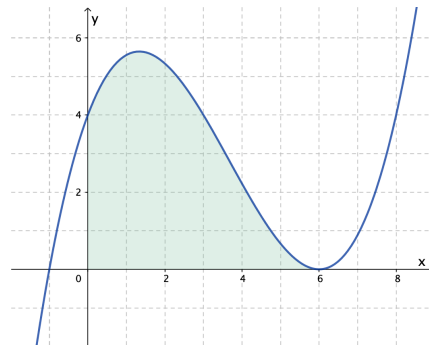
I denne oppgåva skal du vise at du kan bruke trigonometri til å bestemme arealet av figuren ovanfor.

Bestem arealet. Hugs å gjere greie for kva for nokre trigonometriske samanhengar du bruker.

Oppgave 4

Til høgre ser du grafen til funksjonen f gitt ved

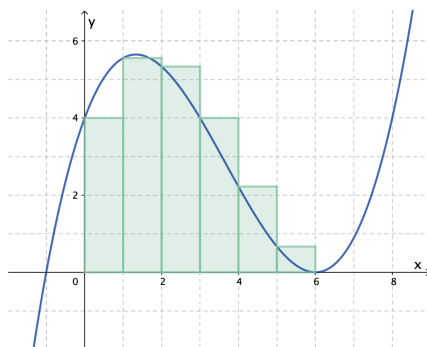
$$f(x) = \frac{1}{9}(x+1)(x-6)^2$$



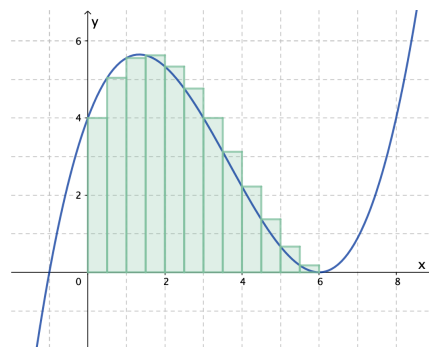
Figur 1

Thea vil bestemme ein tilnærma verdi for arealet av det grøne området som er avgrensa av y -aksen, x -aksen og grafen til f .

Ho vil gjere dette ved å leggje saman areala av små rektangel. Ho byrjar som vist på figur 2 og figur 3 nedanfor og vil så auke talet på rektangel for å få ei betre tilnærming.



Figur 2



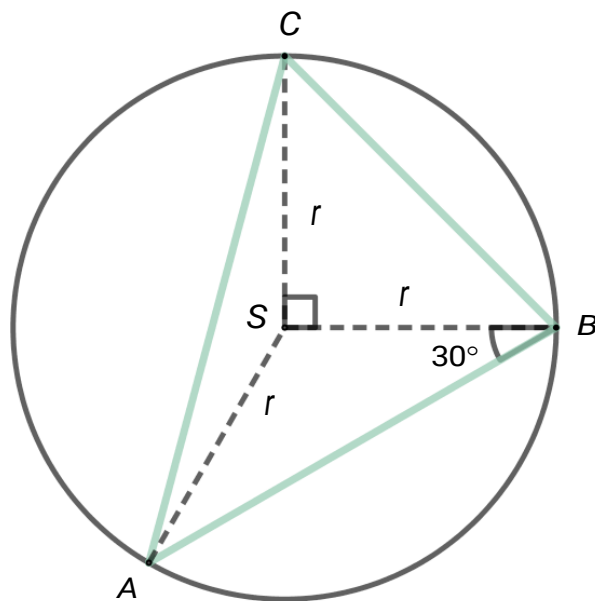
Figur 3

- Bestem arealet av dei seks rektangla i figur 2.
- Lag eit program som Thea kan bruke når ho skal auke talet på rektangel. Du kan til dømes byrje som vist nedanfor.

```
1 def f(x):  
2     return 1/9 * (x + 1) * (x - 6) ** 2      # Definerer funksjonen f  
3  
4 x_min = 0      # Minste x-verdi  
5 x_maks = 6     # Største x-verdi  
6  
7 n = 6000      # Tal på rektangel  
8  
9 bredde =      # Breidda av kvart rektangel  
10
```

- Bruk programmet til å bestemme arealet dersom ho bruker 6000 rektangel.

Oppgåve 5



Punkta A , B og C ligg på ein sirkel med sentrum i S og radius r .

$\angle SBA = 30^\circ$ og $\angle BSC = 90^\circ$

Arealet av $\triangle ABC$ er $2\sqrt{3} + 6$

Sj  figuren ovanfor.

Bestem ein eksakt verdi for r .

Oppgave 6

Trym og Eira arbeider med oppgåva nedanfor.

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

Bestem koordinatane til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f .



Eg ser med éin gong at grafen må ha eit topp- eller botnpunkt som ligg på y - aksen.

Korleis ser du det?



Funksjonsuttrykket har ikkje eit førstegradsledd. Då må det vere slik.

Kvifor det?
Vil det alltid vere slik?



Ja, i alle fall for alle tredjegradsfunksjonar. Det har eg lært meg.

Men det er jo ikkje slik for grafen til x^3 .



Æsj! Det stemmer.

Det kan jo hende du har litt rett likevel, men at det er noko meir vi må sjå etter?



a) Løys oppgåva elevane arbeider med.

b) Ta utgangspunkt i dialogen ovanfor. Utforsk og kommenter Trym sin «regel».

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!