

25.05.2022

Eksamen

MAT1021 Matematikk 1T

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel skal delast ut samtidig. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 1 time. Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Del utan hjelpemiddel	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Del med hjelpemiddel	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 6 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 6 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du • viser rekneferdigheiter og matematisk forståing • gjennomfører logiske resonnement • ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar • kan bruke formålstenlege hjelpemiddel • forklarar framgangsmåtar og grunngir svar • skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar • vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar	Bilete teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1

a) Løys likninga

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

b) Set opp ein ulikskap som har løysing $x \in \langle \leftarrow, -1 \rangle \cup \langle 2, \rightarrow \rangle$
Hugs å grunngi svaret.

Oppgåve 2

Bestem r og s slik at samanhengen nedanfor blir ein identitet

$$9x^2 - 30x + r = (3x - s)^2$$

Oppgåve 3

Om ein rettvinkla trekant ABC får du vite at $\tan \angle B = \frac{3}{4}$

- Kan det vere riktig at $\sin \angle B = \frac{3}{10}$?
- Kan det vere riktig at den eine kateten er 6 og den andre kateten er 8?
- Kan det vere riktig at hypotenusen er kortare enn 4?

Hugs å grunngi alle tre svara.

Oppgave 4

```
1  def f(x):  
2      return x ** 2    # Definerer funksjonen f gitt ved  $f(x) = x^2$   
3  
4  x = 1  
5  
6  while f(x) <= 400:  
7      print(f(x))  
8      x = x + 1
```

Forklar kva som skjer når programmet ovanfor blir køyrd.
Kva blir resultatet?

Oppgave 5

Ein rasjonal funksjon f har vertikal asymptote $x = -2$ og horisontal asymptote $y = 3$.

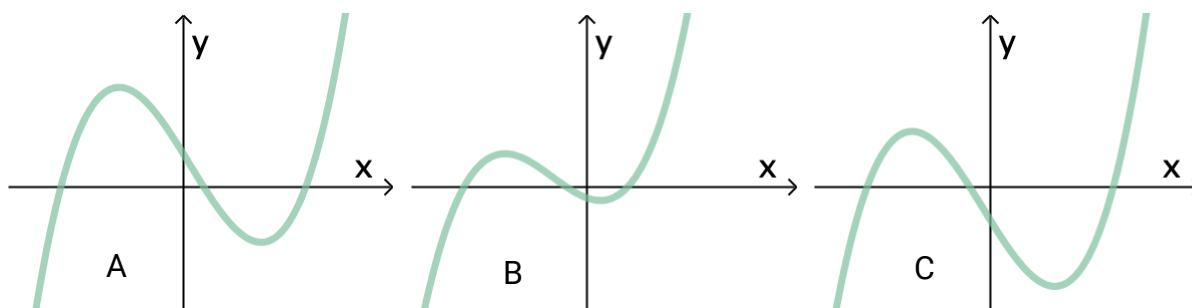
Bestem to moglege funksjonsuttrykk for f .
Hugs å forklare korleis du tenkjer.

Oppgave 6

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x^3 + x^2 - 18x - 9$$

- a) Vis at divisjonen $f(x):(x-3)$ går opp.
- b) Gjer berekningar, og vurder kva for ein av grafane nedanfor som kan vere grafen til f .



DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 1

Ein fabrikk har ein vasstank. Vatnet i tanken skal tappast ut.

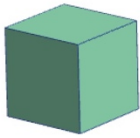
Anta at funksjonen V gitt ved

$$V(x) = 2000 - 2000 \cdot \left(1 - \frac{x}{40}\right)^2, \quad 0 \leq x \leq 40$$

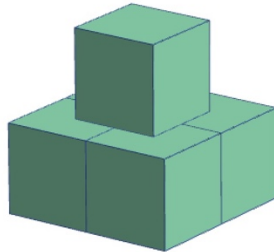
kan brukast som ein modell for kor mange liter vatn $V(x)$ som er tappa ut av tanken x minutt etter at tappinga starta.

- a) Bestem $V(0)$. Gi ei praktisk tolking av svaret.
- b) Bestem verdimengda til V .
- c) Kor lang tid vil det ta før halvparten av vatnet er tappa ut av tanken?
- d) Bestem stigningstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(0, V(0))$ og $(30, V(30))$. Gi ei praktisk tolking av svaret.
- e) Undersøk om det nokon gong vil tappast ut meir enn 105 liter vatn i løpet av eitt minutt.

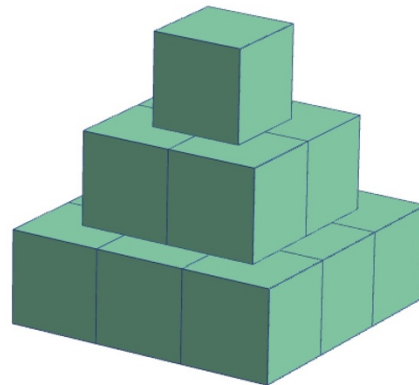
Oppgave 2



Figur 1



Figur 2



Figur 3

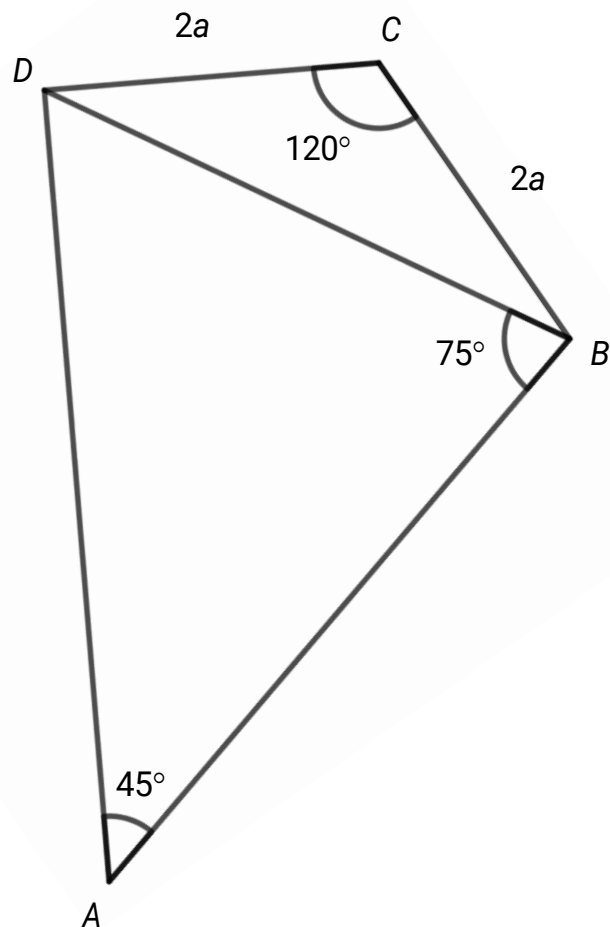
Ovanfor ser du tre figurar. Figurane er sette saman av små klossar. Roar vil fortsetje å lage figurar etter same mønster.

- a) Kor mange klossar treng han for å lage figur 5?
- b) Kor mange klossar treng han til saman for å lage dei 10 første figurane?

Roar har 10 000 klossar. Han vil starte med den minste figuren og lage éin figur i kvar storleik.

- c) Kor mange figurar kan han lage?
Kor mange klossar vil han ha igjen når han har laga figurane?

Oppgåve 3



Gitt firkanten $ABCD$ ovanfor.

- Bestem eit eksakt uttrykk for omkrinsen av firkanten.
- Vis at forholdet mellom arealet av $\triangle ABD$ og arealet av $\triangle BCD$ er $\frac{3}{2}(\sqrt{3}+1)$

Oppgave 4

Då Eline og Malene kom til hytta, var temperaturen i stua $2,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Dei skrudde på varmen og stilte termostaten på $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Tabell 1 viser temperaturen i stua x minutt etter at dei skrudde på varmen.

Tid (minutt)	1	5	10	20	30	50	80	120
Temperatur ($^{\circ}\text{C}$)	2,0	3,7	5,3	8,0	10,2	13,4	16,4	18,4

Tabell 1

Eline og Malene vil lage ein modell som viser temperaturen i stua x minutt etter at dei skrudde på varmen. Dei startar med å bruke tala i tabell 1 til å lage ein modell T_1 på forma $T_1(x) = a \cdot x^b$

- Bestem tala a og b .
- Vurder gyldigheitsområdet til modellen T_1 .

Eline og Malene ønskjer å forbetre modellen T_1 . Eline foreslår at dei skal trekkje $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ frå kvar temperatur dei har målt, og heller bruke ein eksponentialfunksjon som modell. Ho set opp ein ny tabell.

Tid (minutt)	1	5	10	20	30	50	80	120
Korrigert temperatur ($^{\circ}\text{C}$)	-18,0	-16,3	-14,7	-12,0	-9,8	-6,6	-3,6	-1,6

Tabell 2

- Lag ein eksponentialfunksjon f som passar godt til tala i tabell 2.
- Teikn grafen til T_1 og grafen til f i same koordinatsystem.
Beskriv forskjellar mellom dei to grafane.

Malene meiner dei kan bruke funksjonen f til å lage ein betre modell enn T_1 for temperaturen i stua. «Vi løfter grafen til f opp $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, slik at han startar omtrent i punktet $(0,2)$ », seier ho. «Då vil han passe perfekt.»

- Bruk funksjonen f , og lag ein modell T_2 ved å gjere som Malene foreslår.
Kva vil temperaturen i stua vere etter 4 timar ifølgje modellen T_2 ?

Oppgave 5

Grafen til ein andregradsfunksjon f har

- ein tangent i punktet $(1, f(1))$ med stigningstal 0
- ein tangent i punktet $(4, f(4))$ med stigningstal 6

a) Bestem $f'(x)$

Grafen til f skjer y -aksen i punktet $(0, 4)$.

b) Bestem $f(x)$

Oppgave 6

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 2b \cdot x^2 + (b^2 + 3) \cdot x \quad \text{der} \quad b \in \mathbb{R}$$

a) Vis at f berre har eitt nullpunkt uavhengig av verdien av b .

b) Løys likninga $f'(x) = 0$

For kva verdier av b har grafen til f berre eitt stasjonært punkt?

Dersom $b \neq 0$ har grafen til f to tangenter med stigningstal 3.

c) Bestem likningane for desse tangentane.

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!