

# Bokmål

| Eksamensinformasjon              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Eksamenstid</b>               | Eksamen varer i 5 timer.<br>Delen uten og delen med hjelpemidler skal deles ut samtidig.<br>Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 1 time.<br>Etter 1 time kan kandidaten bruke hjelpemidler.<br>Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Del uten hjelpemidler</b>     | Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Del med hjelpemidler</b>      | Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <b>Framgangsmåte</b>             | Delen uten hjelpemidler har 5 oppgaver.<br>Delen med hjelpemidler har 8 oppgaver.<br><br>Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.<br><br>Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Veiledning om vurderingen</b> | Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>• viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>• gjennomfører logiske resonnementer</li><li>• ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>• kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>• forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>• skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li><li>• vurderer om svar er rimelige</li></ul> |
| <b>Andre opplysninger</b>        | Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Ski: <a href="http://www.visitoslo.com">www.visitoslo.com</a> (10.05.2021)</li><li>• Dyrespor: <a href="https://pixabay.com/no/">https://pixabay.com/no/</a> (03.10.2021)</li><li>• Silhuett: <a href="https://pixabay.com/no/">https://pixabay.com/no/</a> (03.10.2021)</li><li>• Andreas og Markus: <a href="https://pixabay.com/no/">https://pixabay.com/no/</a> (03.10.2021)</li></ul><br>Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger:<br>Utdanningsdirektoratet                                                                                                  |

## DEL 1

### Uten hjelpemidler

#### Oppgave 1 (2 poeng)

Likningen for en linje  $\ell$  er gitt ved  $y = -2x + 9$

En annen linje  $m$  er parallell med linjen  $\ell$  og går gjennom punktet  $(5, -6)$ .

Bestem likningen for linjen  $m$ .

#### Oppgave 2 (2 poeng)

Om en rettvinklet trekant  $ABC$  får du vite at

- $\cos \angle A = \frac{1}{2}$
- $\sin \angle C = \frac{1}{2}$
- $AB = 4$

Bestem  $AC$ .

#### Oppgave 3 (3 poeng)

Løs likningen

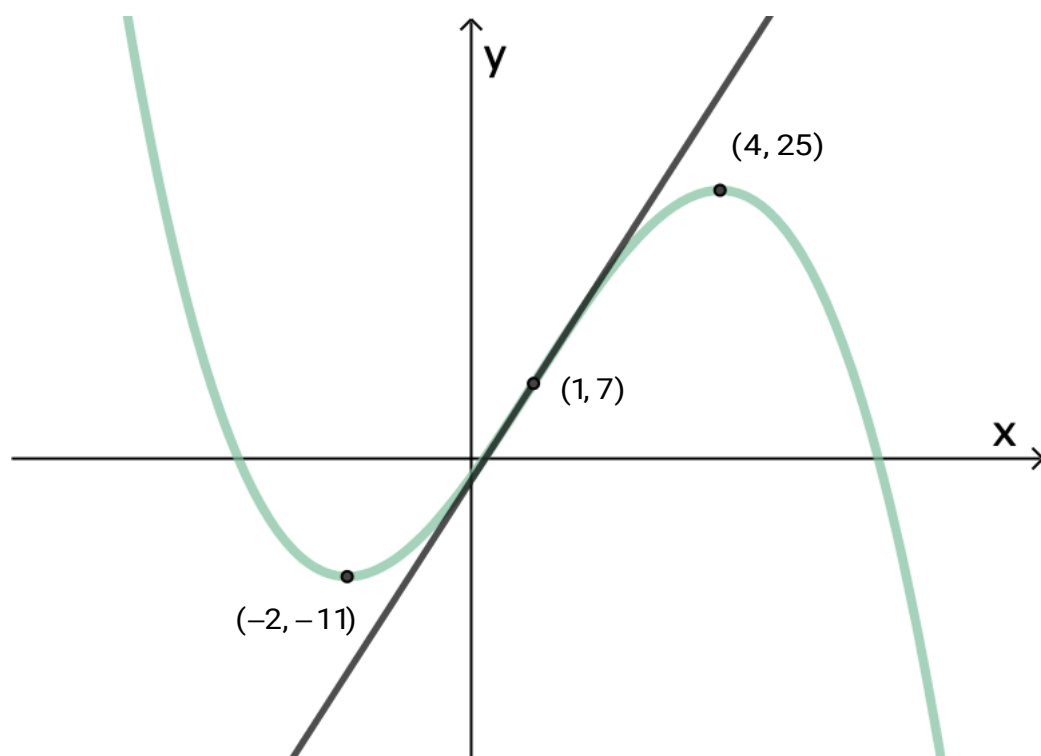
$$x^3 + 2x^2 - 7x + 4 = 0$$

## Oppgave 4 (2 poeng)

Vis at likningssystemet ikke har løsning

$$\begin{cases} x^2 + 2x - y = -1 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

## Oppgave 5 (3 poeng)



Ovenfor ser du grafen til en tredjegradsfunksjon  $f$ . Grafen har bunnpunkt  $(-2, -11)$  og toppunkt  $(4, 25)$ . Likningen for tangenten til grafen i punktet  $(1, 7)$  er  $y = 9x - 2$ .

Skisser grafen til den deriverte funksjonen,  $f'$ .

## DEL 2

### Med hjelpemidler

#### Oppgave 1 (4 poeng)



En nettbutikk vil starte salg av en ny type ski 1. november 2022.

Anta at funksjonen  $s$  gitt ved

$$S(x) = 0,75x^3 - 59,5x^2 + 1200x, \quad x \in [0, 52]$$

kan brukes som en modell for hvor mange par ski  $S(x)$  butikken vil kunne selge per uke  $x$  uker etter salgsstart.

- a) Hvor mange uker vil butikken kunne selge mer enn 5000 par ski, ifølge modellen?
- b) Bestem den momentane vekstfarten til funksjonen  $S$  når  $x = 30$ .  
Gi en praktisk tolkning av svaret.

## Oppgave 2 (8 poeng)



En dyrebestand består i dag av 500 dyr. En forsker antar at bestanden vil doble seg i løpet av de ti neste årene.

- a) Sett opp en modell  $L(x)$  som viser hvor mange dyr det vil være i bestanden om  $x$  år, dersom vi antar at bestanden øker lineært.
- b) Sett opp en modell  $E(x)$  som viser hvor mange dyr det vil være i bestanden om  $x$  år, dersom vi antar at bestanden øker eksponentielt.
- c) Tegn grafen til funksjonen  $F$  gitt ved

$$F(x) = L(x) - E(x) \quad , \quad x \in [0, 13]$$

- d) Bestem toppunktet på grafen til  $F$  og skjæringspunktene mellom grafen til  $F$  og hver av de rette linjene  $x = 12$  og  $y = 12$ .

Gi en praktisk tolkning av svarene du får.

### Oppgave 3 (2 poeng)

$$\begin{cases} 4x + 2y = 3 \\ s \cdot x + y = 2 \end{cases}$$

Hvilken verdi må  $s$  ha for at likningssystemet ikke skal ha løsning?

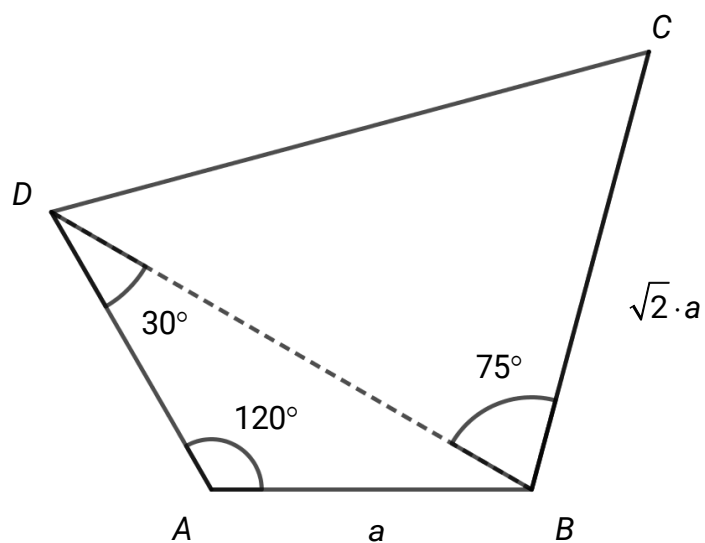
### Oppgave 4 (3 poeng)



I dag er Monica 72 år yngre enn Sissel.  
Om fem år vil Sissel være fire ganger så gammel som Monica.

Hvor mange år er Monica og Sissel i dag?

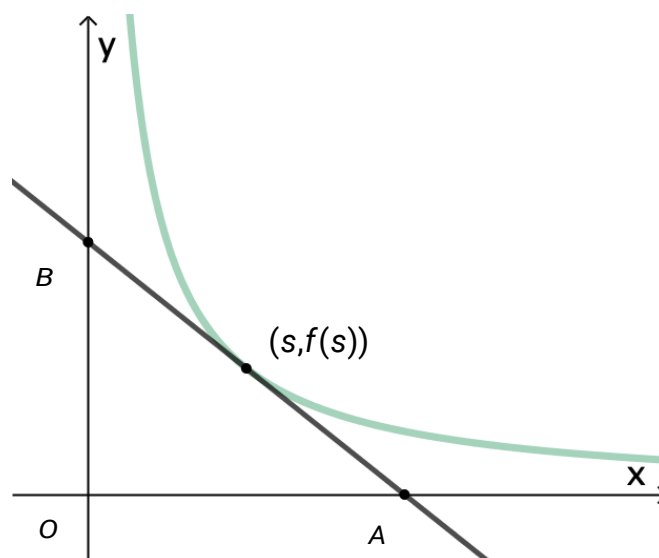
## Oppgave 5 (6 poeng)



Gitt firkanten  $ABCD$ .

- a) Vis at  $BD = \sqrt{3} \cdot a$
- b) Bestem et eksakt uttrykk for omkretsen av firkanten.
- c) Bestem  $a$  slik at arealet av firkanten blir lik  $\sqrt{3}$

## Oppgave 6 (5 poeng)



Skissen ovenfor viser grafen til funksjonen  $f$  gitt ved  $f(x) = \frac{1}{x}$  og tangenten til grafen i punktet  $(s, f(s))$ .

a) Vis at likningen for tangenten er

$$y = -\frac{1}{s^2} \cdot x + \frac{2}{s}$$

Tangenten skjærer koordinataksene i punktene  $A$  og  $B$ .

b) Bestem koordinatene til  $A$  og  $B$  uttrykt ved  $s$ .

c) Bestem arealet av  $\triangle OAB$ .

## Oppgave 7 (8 poeng)



Figur 1



Figur 2

Marius og Maria arbeider i en dagligvarebutikk. De skal stable bokser med erter.

Marius stabler boksene som vist i figur 1.

I figur 1 har han laget et tårn med fire etasjer.

- a) Hvor mange bokser trenger Marius for å lage et tårn med 20 etasjer dersom han stabler boksene på denne måten?

Marius har 400 bokser.

- b) Hvor mange etasjer vil det være i det største tårnet han kan lage?

Maria vil stable boksene som vist i figur 2.

I figur 2 har hun laget et tårn med tre etasjer.

- c) Hvor mange bokser trenger Maria for å lage et tårn med 20 etasjer dersom hun stabler boksene på denne måten?

Maria har 4000 bokser.

- d) Hvor mange etasjer vil det være i det største tårnet hun kan lage?

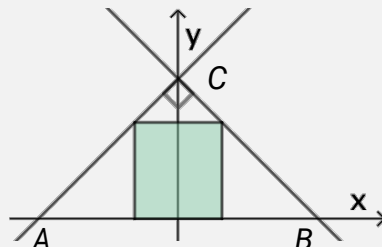
## Oppgave 8 (12 poeng)

Klassen til Andreas og Markus arbeider med oppgaven nedenfor.

Et rektangel er innskrevet i en likebeint, rettvisklet trekant  $ABC$  som vist på figuren.

Hypotenusen  $AB$  i trekanten har lengde  $2a$ .

Undersøk hvor stort areal rektangelet kan få.



Andreas og Markus diskuterer hvordan de skal komme i gang og vurderer ulike strategier.



Skal vi først sette  $a=2$  og tegne trekanten?  
Vinkel  $A$  og vinkel  $B$  er jo  $45^\circ$ , så det klarer vi.  
Kan vi bruke datamaskinen til dette?

Ja, og så tegner vi ulike rektangler som er innskrevet i trekanten og finner arealene av disse.

Etterpå kan vi tegne trekanten når  $a=3$ .  
Vi må være litt systematiske. Her er en tabell vi kan bruke som utgangspunkt. Kanskje vi ser et mønster? En sammenheng mellom verdien av  $a$  og det største arealet rektangelet kan få?



| Lengde rektangel          | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---------------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| Areal rektangel når $a=2$ |   |   |   |   |   |   |   |
| Areal rektangel når $a=3$ |   |   |   |   |   |   |   |
| Areal rektangel når $a=4$ |   |   |   |   |   |   |   |

Etterpå må vi prøve å bevise at sammenhengen vi kommer fram til gjelder generelt, altså for alle verdier av  $a$ .

Trine og Nora sier at de har funnet ut at den rette linja gjennom  $B$  og  $C$  er gitt ved  $y = -x + a$ . Kan det stemme?

Arealet av rektangelet er jo lengde  $\cdot$  bredde. Vil det da bli  $2x \cdot y$ ?

Ta utgangspunkt i og kommenter det Andreas og Markus har funnet ut og løs oppgaven klassen har fått.

**Blank side**

**Blank side**