

# FORMELHEFTE

Matematikk • Ungdomsskole og Videregående skole

## GRUNNLEGGENDE ALGEBRA

### Potensregler

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

### Røtter

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

### Logaritmer

$$\log(ab) = \log a + \log b$$

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$$

$$\log(a^n) = n \log a$$

$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$$

### Kvadratsetningene

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

## LIKNINGER OG ULIKHETER

### Andregradslikning

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{Diskriminant: } D = b^2 - 4ac$$

### Faktorisering

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

der  $x_1$  og  $x_2$  er røttene

### Toppunkt for andregradsfunksjon

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\text{Toppunkt: } \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

### Lineær funksjon

$$f(x) = ax + b$$

$$\text{Stigningstall: } a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

## GEOMETRI

### Pythagoras' setning

$$a^2 + b^2 = c^2$$

(i rettvinklet trekant)

### Arealer

Rektangel:  $A = l \cdot b$

Trekant:  $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

Sirkel:  $A = \pi r^2$

Trapes:  $A = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$

### Omkrets

Rektangel:  $O = 2(l + b)$

Sirkel:  $O = 2\pi r = \pi d$

Kvadrat:  $O = 4s$

### Volum

Rektangulært prisme:  $V = l \cdot b \cdot h$

Sylinder:  $V = \pi r^2 h$

Kule:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Kjegle:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

### Overflate

Sylinder:  $A = 2\pi r^2 + 2\pi r h$

Kule:  $A = 4\pi r^2$

Kjegle:  $A = \pi r^2 + \pi r s$

### Avstand mellom punkter

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

## TRIGONOMETRI

### Grunnleggende forhold

$$\sin v = \frac{\text{motstående}}{\text{hypotenuse}}$$

$$\cos v = \frac{\text{hosliggende}}{\text{hypotenuse}}$$

$$\tan v = \frac{\text{motstående}}{\text{hosliggende}} = \frac{\sin v}{\cos v}$$

### Trigonometrisk identitet

$$\sin^2 v + \cos^2 v = 1$$

$$1 + \tan^2 v = \sec^2 v$$

$$1 + \cot^2 v = \csc^2 v$$

### Sinussetningen

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

### Cosinussetningen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

### Addisjon og subtraksjon

$$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \sin v$$

$$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$$

$$\tan(u \pm v) = \frac{\tan u \pm \tan v}{1 \mp \tan u \tan v}$$

### Dobbeltvinkel

$$\sin(2v) = 2 \sin v \cos v$$

$$\cos(2v) = \cos^2 v - \sin^2 v$$

$$\cos(2v) = 2 \cos^2 v - 1 = 1 - 2 \sin^2 v$$

## EKSPONENTIAL- OG LOGARITMEFUNKSJONER

### Eksponentialfunksjon

$$f(x) = a \cdot b^x$$

$$f(x) = a \cdot e^{kx}$$

$$\text{Vekstfaktor: } b = e^k$$

### Logaritmefunksjon

$$f(x) = \log_a x$$

$$f(x) = \ln x \text{ (naturlig logaritme)}$$

### Sammenheng

$$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$$

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$$

### Vekst og fall

$$\text{Kontinuerlig vekst: } N(t) = N_0 \cdot e^{rt}$$

$$\text{Diskret vekst: } N(t) = N_0 \cdot (1 + r)^t$$

## DERIVASJON (VGS)

### Grunnleggende derivasjonsregler

$$(c)' = 0$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

### Kjerneregelen

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

### Produktregelen

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

### Kvotientregelen

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

### Trigonometriske funksjoner

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

### Stigningstall og tangent

$$\text{Stigningstall i punkt: } f'(a)$$

$$\text{Tangentlinje: } y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

## INTEGRASJON (VGS)

### Grunnleggende integraler

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

### Trigonometriske integraler

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \tan x dx = -\ln |\cos x| + C$$

### Analysens fundamentalteorem

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \text{ der } F'(x) = f(x)$$

## STATISTIKK OG SANNSYNLIGHET

### Sentralmål

Gjennomsnitt:  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

Median: midtverdien

Typetall: hyppigste verdien

### Spredningsmål

Varians:  $s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

Standardavvik:  $s = \sqrt{s^2}$

### Sannsynlighet

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

### Kombinatorikk

Permutasjoner:  $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

Kombinasjoner:  $C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

## KONSTANTER

| Symbol     | Verdi      | Beskrivelse                               |
|------------|------------|-------------------------------------------|
| $\pi$      | 3.14159... | Pi (forholdet mellom omkrets og diameter) |
| e          | 2.71828... | Eulers tall (base for naturlig logaritme) |
| $\sqrt{2}$ | 1.41421... | Kvadratroten av 2                         |
| $\sqrt{3}$ | 1.73205... | Kvadratroten av 3                         |

**ENHETER OG OMREGNING****Lengde**

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

**Areal**

$$1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ dekar} = 1000 \text{ m}^2$$

**Volum**

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ liter}$$

$$1 \text{ liter} = 1000 \text{ ml}$$

$$1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$$

**Vinkler**

$$360^\circ = 2\pi \text{ radianer}$$

$$180^\circ = \pi \text{ radianer}$$

$$1^\circ = \pi/180 \text{ radianer}$$